

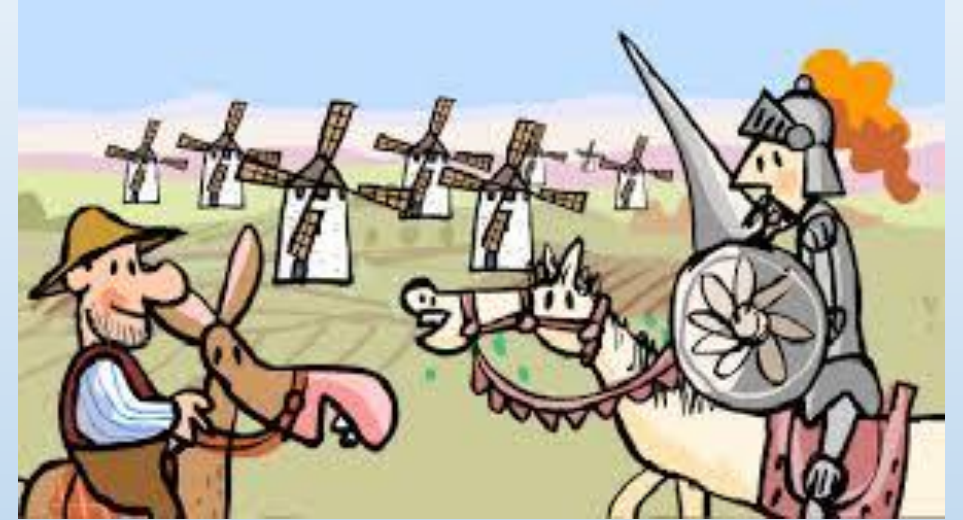


# CONTROL DE SISTEMAS MECÁNICOS FLEXIBLES

Vicente Feliu Batlle

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales  
Universidad de Castilla-La Mancha  
Ciudad Real

11 de marzo de 2019



## Don Quijote de la Mancha



# CONTROL DE SISTEMAS MECÁNICOS FLEXIBLES

PARTE 0: CONCEPTO Y MOTIVACIÓN

PARTE I: MODELOS DINÁMICOS DEL MOVIMIENTO LIBRE

PARTE II: CONTROL DEL MOVIMIENTO LIBRE

PARTE III: CONTROL EN PRESENCIA DE FUERZAS EXTERNAS



# CONCEPTO Y MOTIVACIÓN



# ÍNDICE

1. Definición
2. Clases de flexibilidad
3. Aplicaciones de los mecanismos flexibles
4. Robótica: ¿porqué robots flexibles?
5. Más ejemplos



# 1. DEFINICIÓN

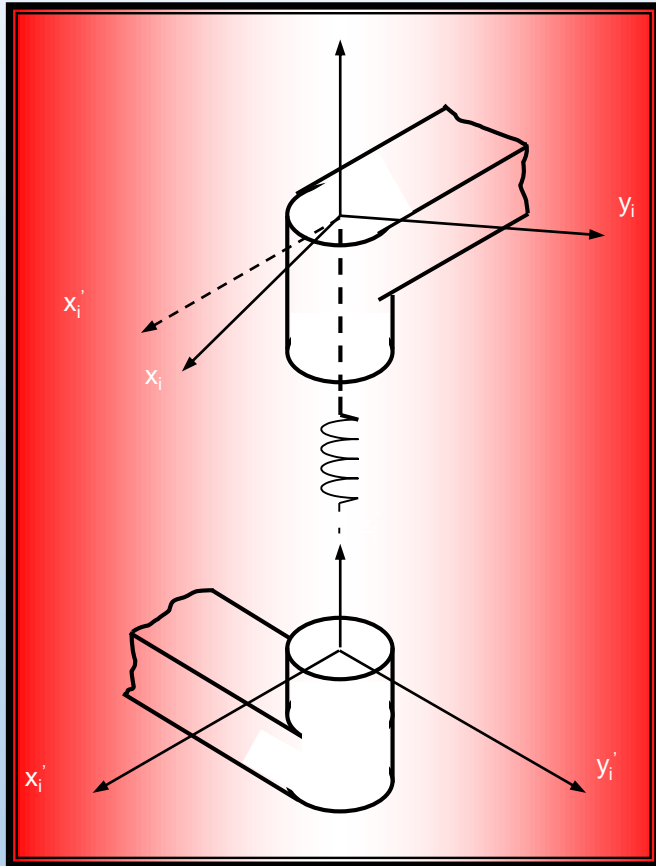


## SISTEMA MECÁNICO FLEXIBLE:

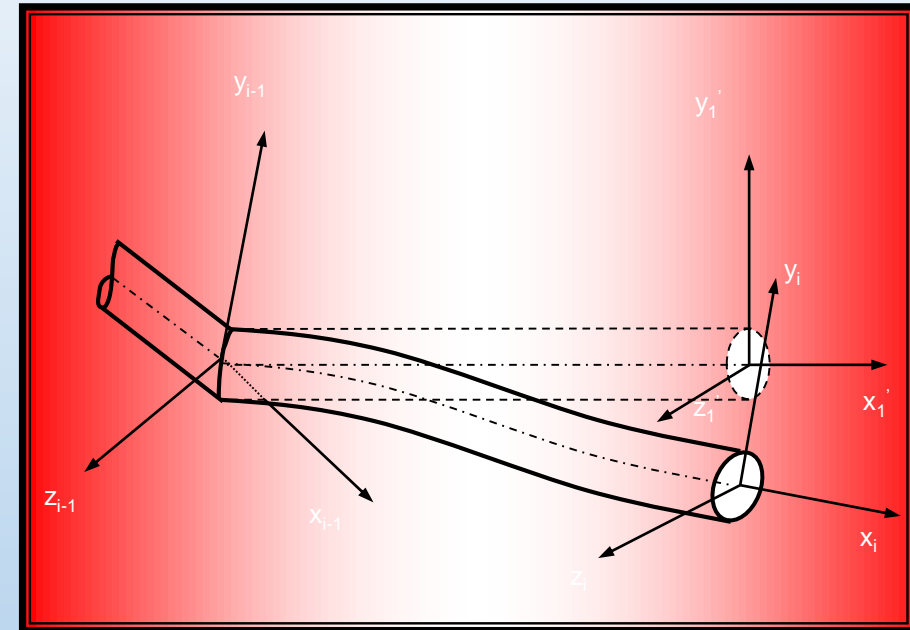
*Cualquier sistema mecánico que tiene al menos un componente mecánico que es flexible, es decir, que se deforma elásticamente cuando se le aplica una fuerza o par.*



## 2. CLASES DE FLEXIBILIDAD



Articulación flexible



Eslabón flexible



## 2. CLASES DE FLEXIBILIDAD



Articulación flexible:

- 1 modo de vibración → modelos de dimensión finita
- Deflexiones en una dimensión
- Dinámica cero estable (sistemas de fase mínima)

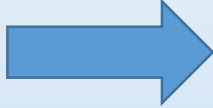




## 2. CLASES DE FLEXIBILIDAD

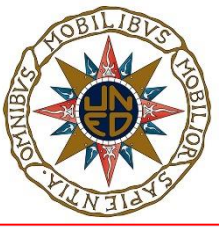


Eslabón flexible:

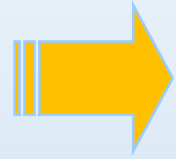
- Número infinito de modos de vibración   
modelos de dimensión infinita
- Deflexiones en varias dimensiones
- Dinámica cero inestable (sistemas de fase no mínima)



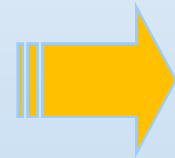
# 3. APLICACIONES DE LOS MECANISMOS FLEXIBLES



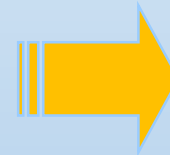
Acústica



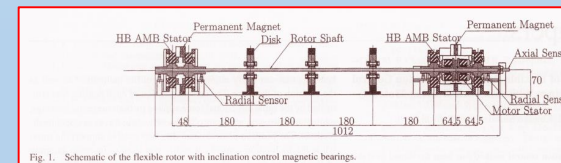
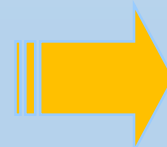
Transporte



Estructuras civiles



Mecatrónica





### 3. APLICACIONES DE LOS MECANISMOS FLEXIBLES



Ejemplo de aparato de reconocimiento de voz con cancelación activa de ruido



Ejemplo de coche con cancelación activa de ruido



### 3. APLICACIONES DE LOS MECANISMOS FLEXIBLES

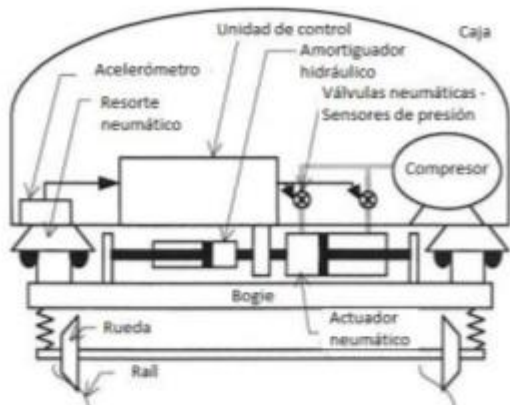
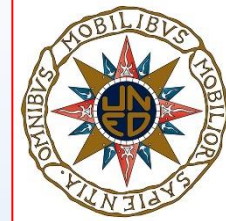


Figura 2.28 - Configuración suspensión Shinkansen series 500 [10]

En la figura 2.29 se puede observar un convoy de la serie 500 de Shinkansen.



Figura 2.29 - Convoy Shinkansen series 500

Suspensión activa de un tren



Fig. 11. A picture of HANSA wing and the experimental setup. (For interpretation of the references to color in this figure, the reader is referred to the web version of this article.)

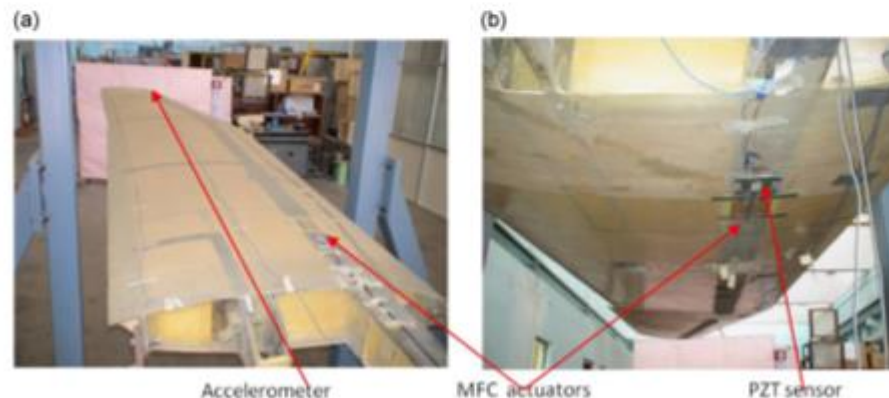


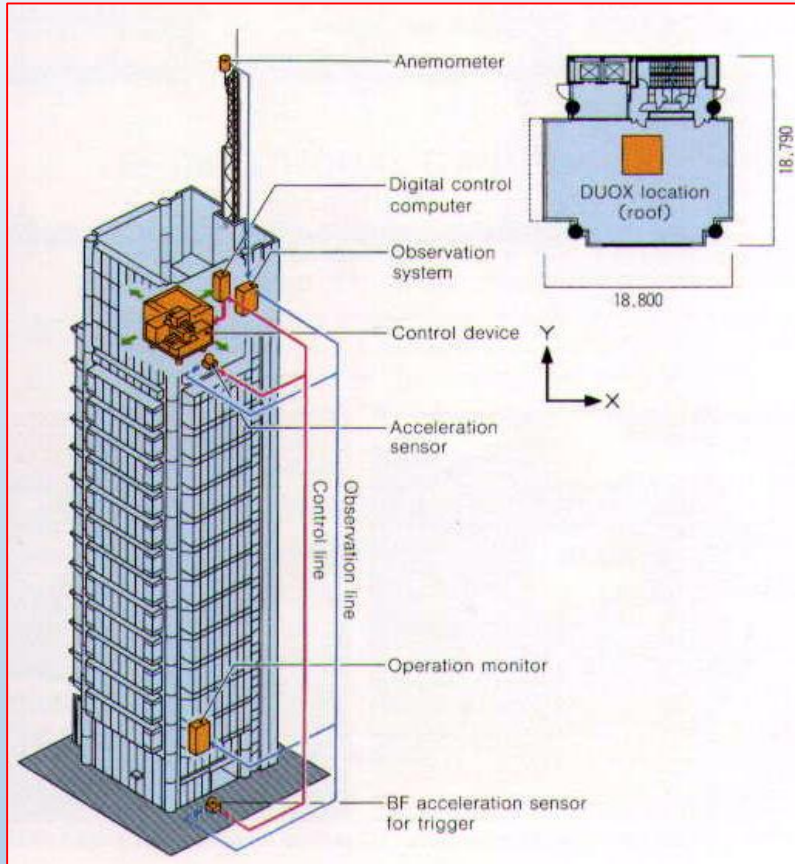
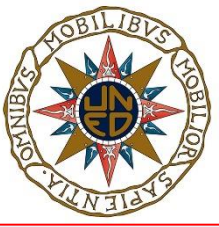
Fig. 12. Sensor and actuator locations on the HANSA wing: (a) top view of the wing and (b) bottom view of the wing.

Cancelación de vibraciones en un ala de avión usando Macro Fiber Composites [1]





# 3. APLICACIONES DE LOS MECANISMOS FLEXIBLES



Control de vibraciones por viento



(a) General view

(b) Walking area

Fig. 5. Forum walkway (University of Exeter).

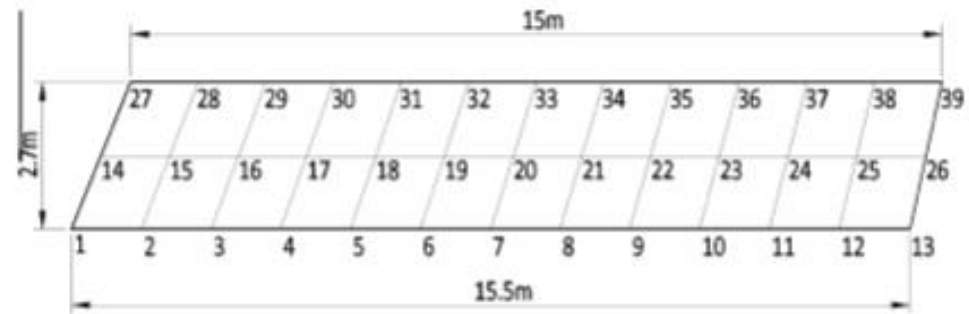
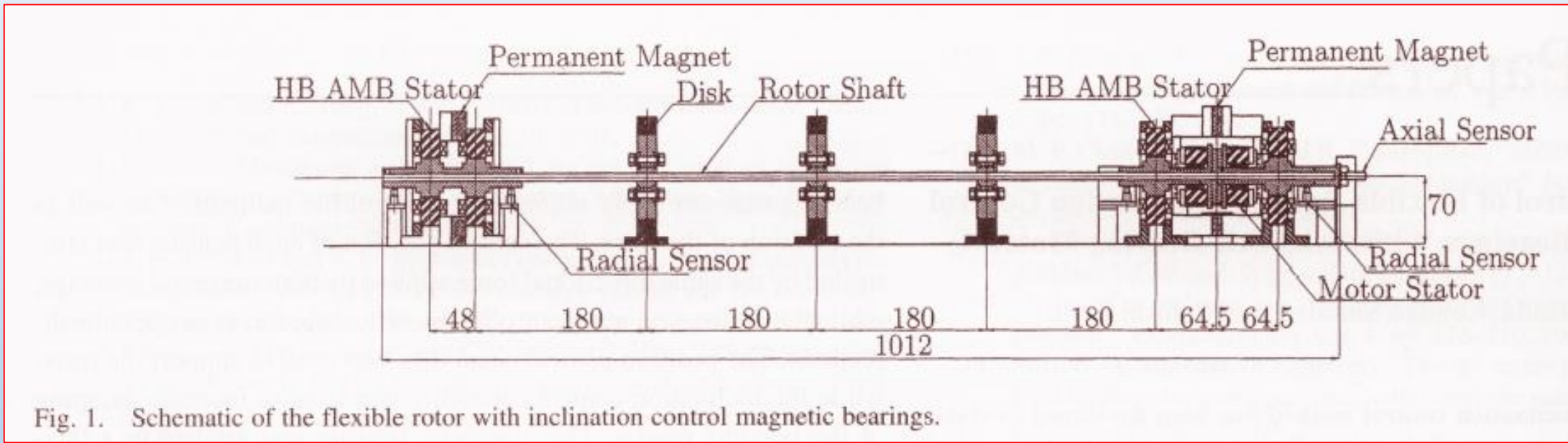
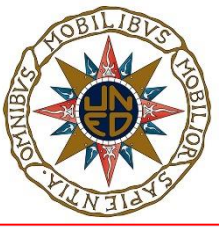


Fig. 6. Test grid for the EMA.

Control de vibraciones en un puente [2]



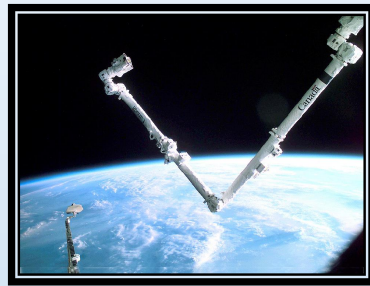
# 3. APLICACIONES DE LOS MECANISMOS FLEXIBLES



Control de vibraciones en un rotor largo levitado magnéticamente



# 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



SPACE STATION REMOTE MANIPULATOR SYSTEM (SSRMS)

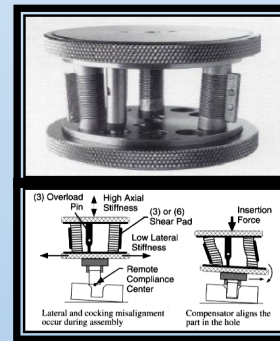
**PRECEDENTES**



ANTENA SENSORA



GRÚA PRISMÁTICA



MUÑECA ELÁSTICA (REMOTE COMPLIANCE CENTER)



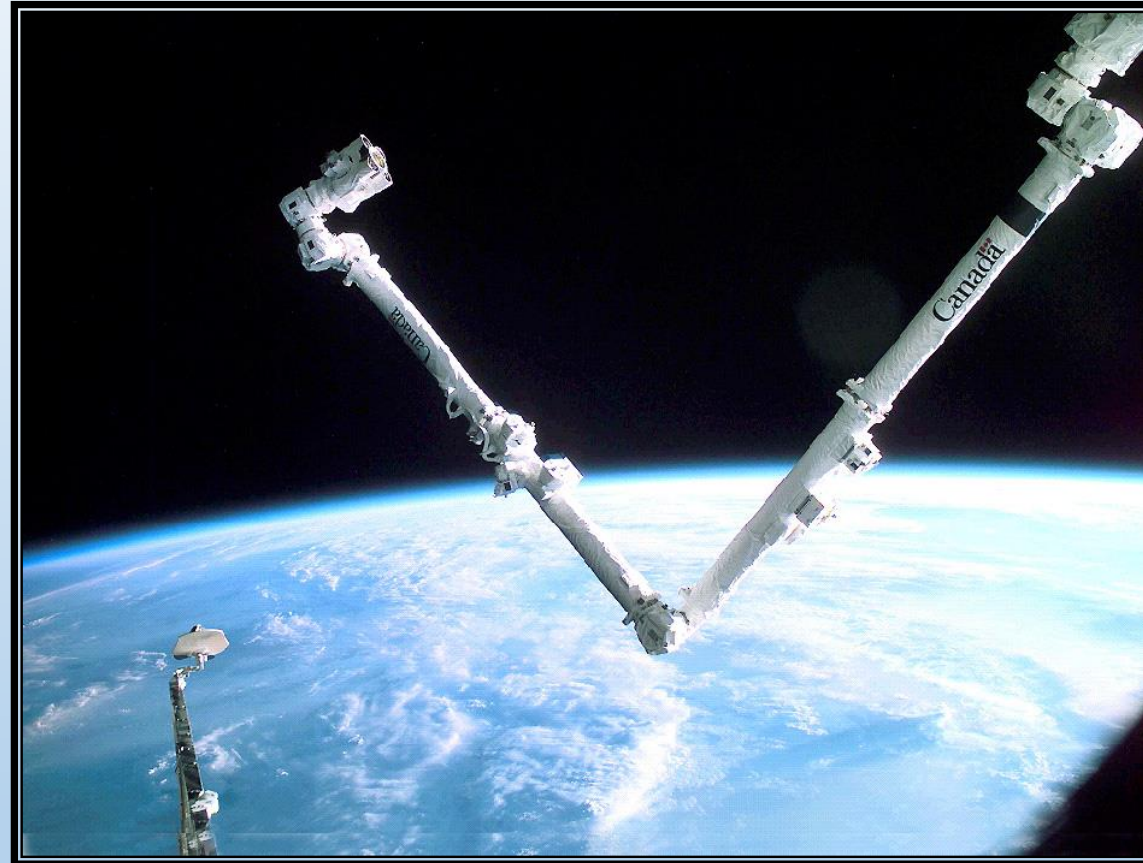
SILLA DE RUEDAS CON UN BRAZO ROBÓTICO







# 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?

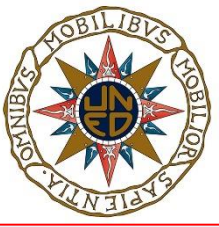


**SPACE STATION REMOTE MANIPULATOR SYSTEM (SSRMS)**





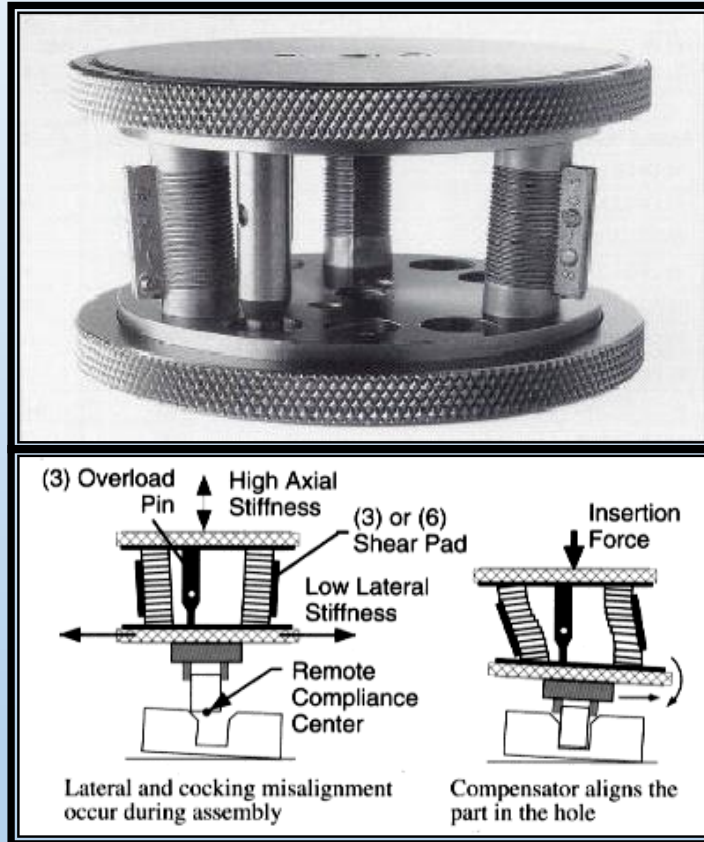
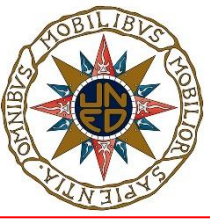
# 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



**GRÚA PRISMÁTICA**



# 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



**MUÑECA ELÁSTICA  
(REMOTE COMPLIANCE  
CENTER)**



## 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



**SILLA DE RUEDAS CON  
UN BRAZO ROBÓTICO**



## 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



**ANTENA SENSORA**



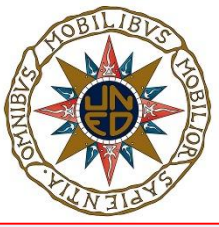
## 4. ROBÓTICA: ¿PORQUÉ ROBOTS FLEXIBLES?



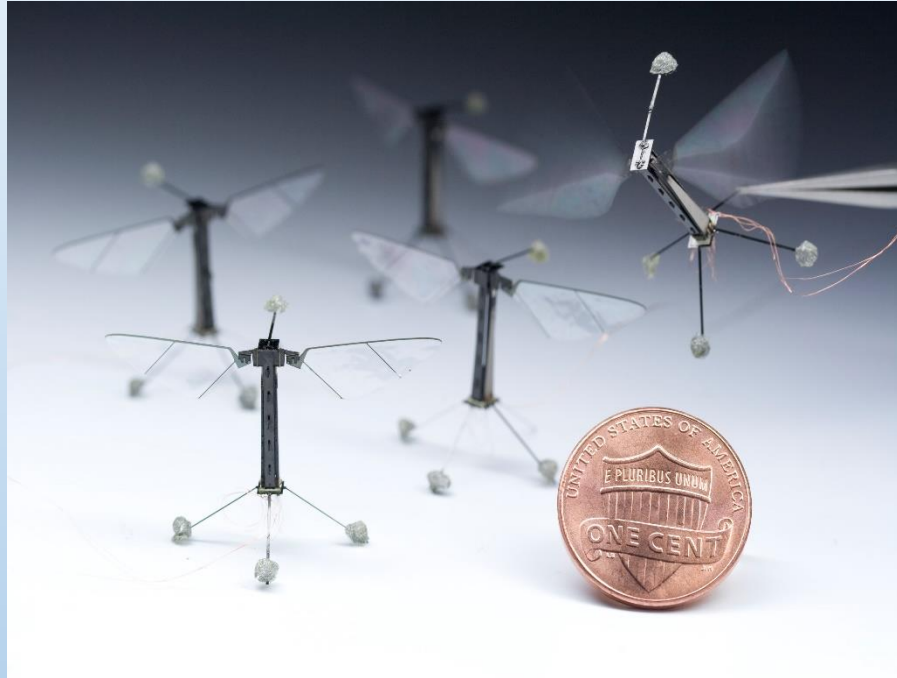
- **BRAZOS MÁS LIGEROS**
  - **SE INCREMENTA LA MOBILIDAD DEL ROBOT**
  - **SE INCREMENTA LA VELOCIDAD DEL ROBOT**
- **ACOMODACIÓN EN TAREAS CON CONTACTO**
- **REDUCCIÓN DEL DAÑO POR IMPACTO**
- **SISTEMAS SENSORIALES**



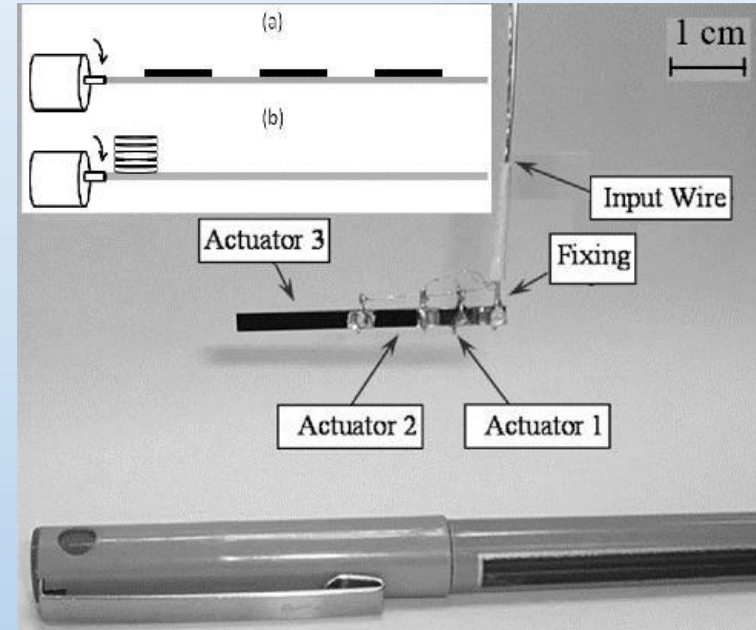
# 5. MÁS EJEMPLOS



## Biomimética



Alas batientes [3]



Sistema de propulsión de un microrrobot nadador [4]

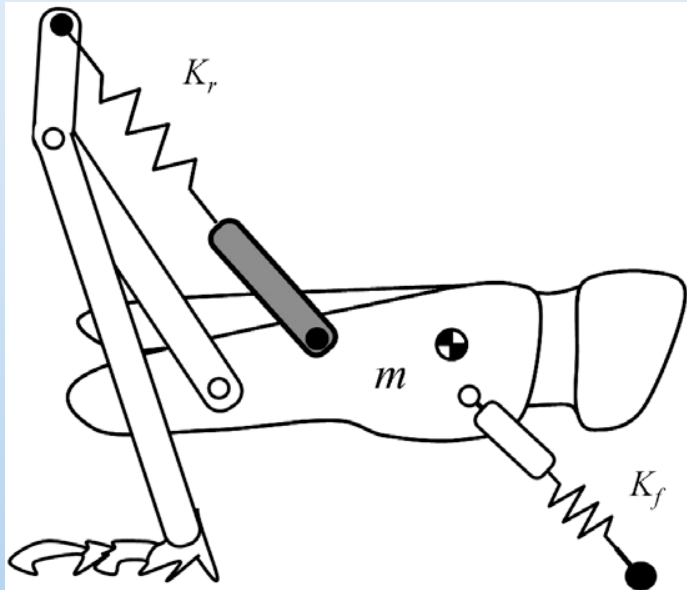




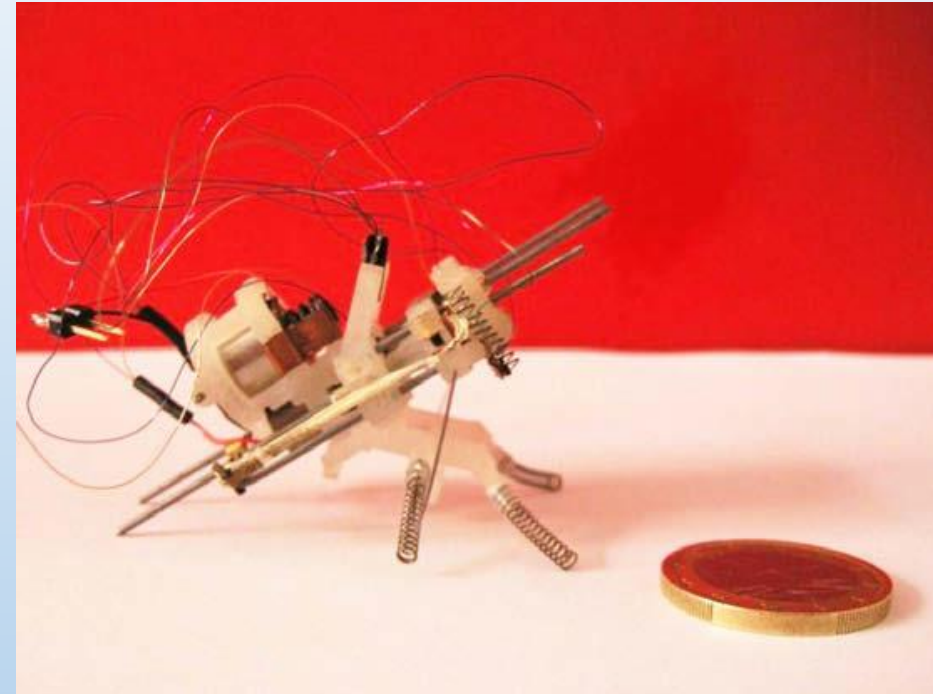
# 5. MÁS EJEMPLOS



## Biomimética



Esquema de funcionamiento de un robot saltador [5]



Robot saltador de 20 g [5]



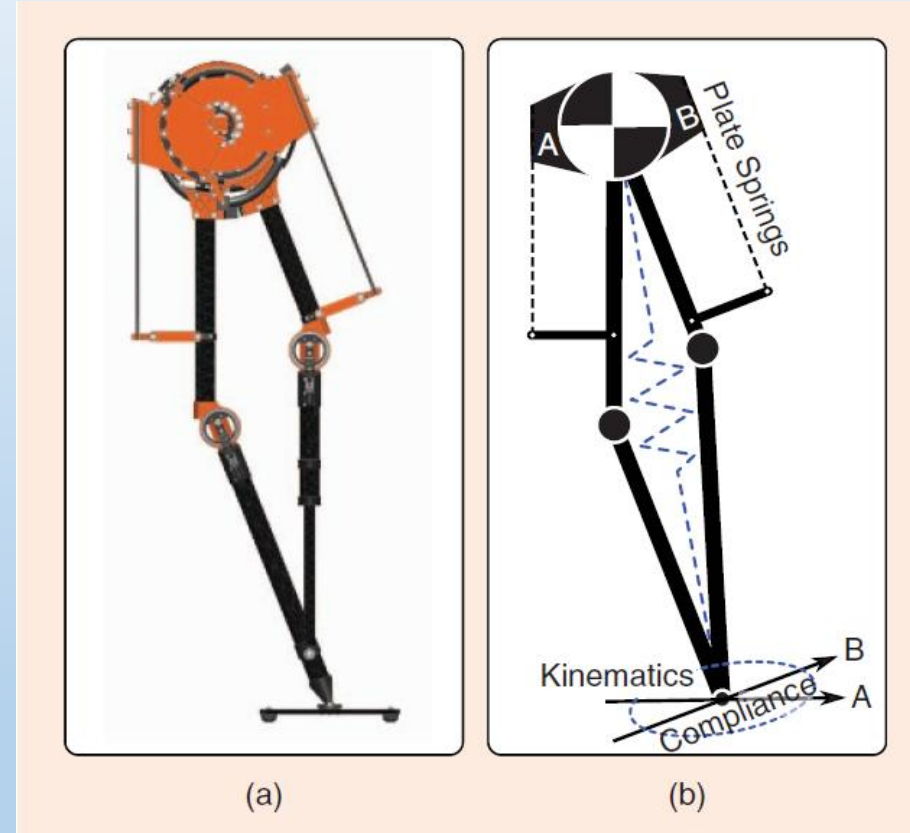
# 5. MÁS EJEMPLOS



## Caminando y corriendo con acomodación pasiva



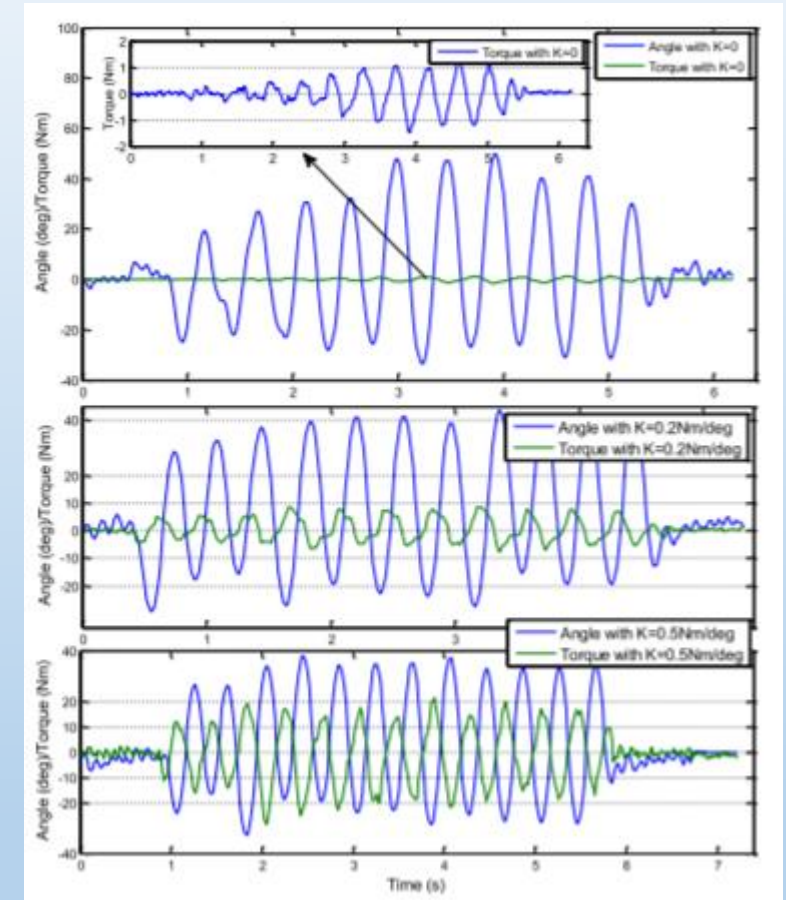
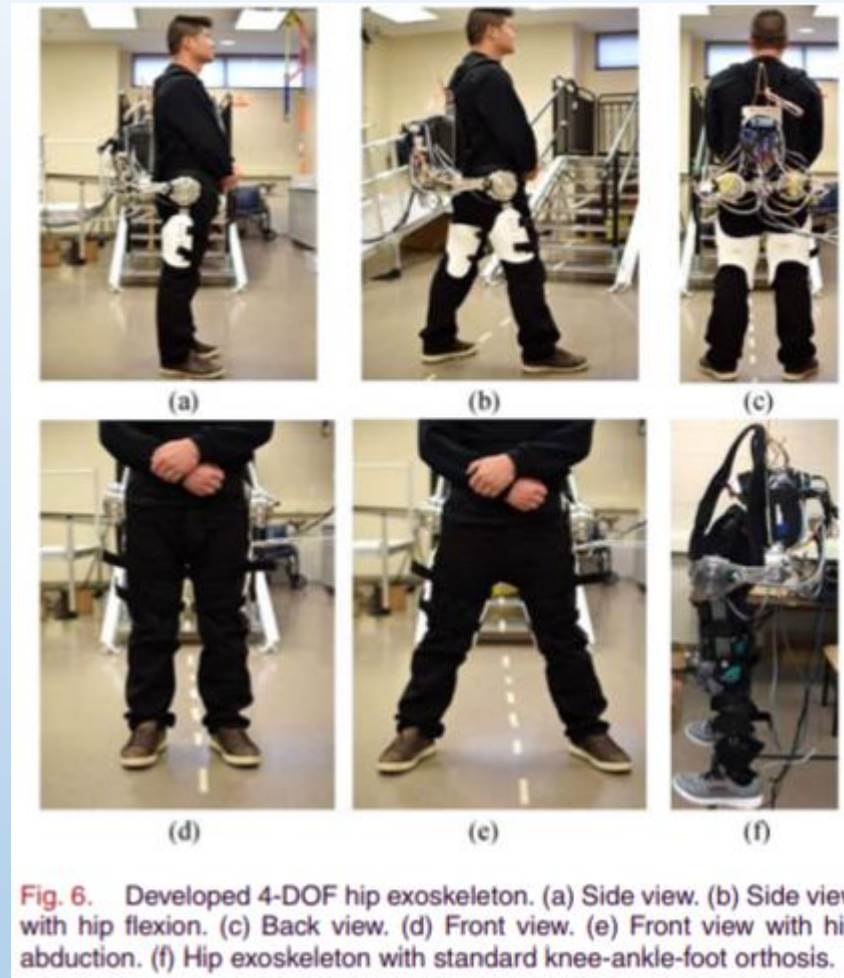
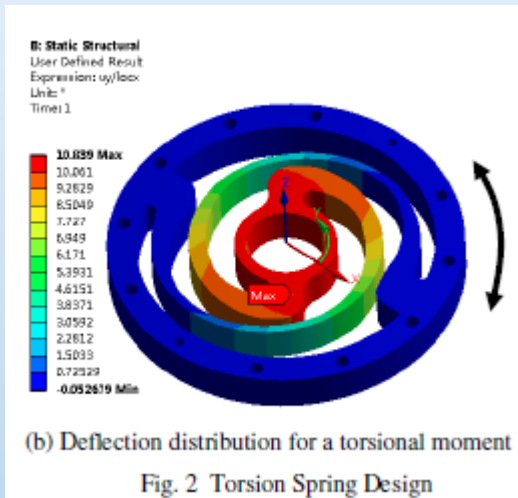
El robot bípedo ATRIAS [6]







# 5. MÁS EJEMPLOS



Exoesqueleto para movimientos de cadera con articulación flexible [7]



# REFERENCIAS



- [1] S. Prakash, T.G. Renjith Kumar, S. Raja, D. Dwarakanathan, H. Subramani and C. Karthikeyan, “Active vibration control of a full scale aircraft wing using a reconfigurable controller”, *Journal of Sound and Vibration*, (2016) 361: 32–49.
- [2] E. Pereira, I.M. Díaz, E.J. Hudson and P. Reynolds, “Optimal Control-Based Methodology for Active Vibration Control of Pedestrian Structures”, *Engineering Structures*, (2014) 80: 153–162.
- [3] K.Y. Ma, P. Chirarattananon, S.B. Fuller and R.J. Wood, “Controlled Flight of a Biologically Inspired, Insect-Scale Robot”, *Science* (May 2013) 340(6132): 603-607. doi: 10.1126/science.1231806. PMID 23641114.
- [4] G. Kosa, M. Shoham and M. Zaaroor, “Propulsion Method for Swimming Microrobots”, *IEEE T. Robotics*, (February 2007) 23(1): 137-150.



# REFERENCIAS



- [5] U. Scarfogliero, C. Stefanini and P. Dario, The use of compliant joints and elastic energy storage in bio-inspired legged robots, *Mechanism and Machine Theory*, (2009) 44: 580–590.
- [6] C. Hubicki et al, “Walking and Running with Passive Compliance”, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, (September 2018) 25(3): 23-39.
- [7] T. Zhang, M. Tran and H. Huang, “Design and Experimental Verification of Hip Exoskeleton With Balance Capacities for Walking Assistance”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, (February 2018) 23(1): 274-285.



# MODELOS DINÁMICOS DEL MOVIMIENTO LIBRE



# ÍNDICE



1. Motivación
2. Representación de la dinámica de los robots flexibles
3. Tipos de modelos de los robots flexibles
4. Obtención de las ecuaciones del movimiento
  - 4.1. Procedimiento general
  - 4.2. Geometría de los eslabones
  - 4.3. Condiciones de contorno
  - 4.4. Obtención de la dinámica
    - 4.4.1. Formulación de Lagrange
    - 4.4.2. Formulación por las ecuaciones de Newton-Euler



# ÍNDICE



5. Dinámica de los actuadores
6. Ejemplo 1: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y una masa concentrada (Newton-Euler)
7. Ejemplo 2: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y tres masas concentradas (Experimental)
8. Ejemplo 3: dos eslabones flexibles de 2 GDL con movimiento vertical y dos masas concentradas (Lagrange)



# 1. MOTIVACIÓN

¿PARA QUÉ SE NECESITA EL MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT?:

- Para diseñar y dimensionar sus eslabones.
- Para dimensionar sus actuadores.
- Para analizar su comportamiento dinámico.
- Para diseñar su sistema de control.





# 1. MOTIVACIÓN

LOS ROBOTS FLEXIBLE PRESENTAN DINÁMICAS MUY COMPLEJAS:

SON SISTEMAS DISTRIBUIDOS (DE ORDEN INFINITO), MULTIVARIABLES, ALTAMENTE NO LINEALES, DE FASE NO MÍNIMA, POCO AMORTIGUADOS .....

ENTONCES DEBEMOS ACEPTAR MODELOS QUE<sup>[1]</sup>

- O son de orden alto.
- O son de baja precisión.
- O no son apropiados para todo el rango de operación del robot.

En particular, cualquier decisión que se tome en base a estos modelos debe reconocer tanto su carácter meramente aproximado como su rango de aplicación limitado.





## 2. REPRESENTACIÓN DE LA DINÁMICA DE LOS ROBOTS FLEXIBLES

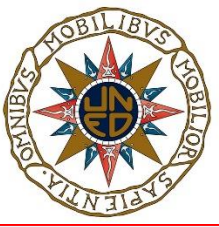


REPRESENTACIÓN MEDIANTE MODELOS DE PARÁMETROS CONCENTRADOS O DISTRIBUIDOS:

- Los modelos de parámetros concentrados se describen mediante ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Los modelos distribuidos se describen mediante ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

**¡¡LOS ROBOTS CON ESLABONES FLEXIBLES SON SISTEMAS DISTRIBUIDOS!!**

**Los modelos distribuidos de los robots con eslabones flexibles pueden expresarse mediante modelos de parámetros concentrados basados en EDOs de orden infinito y un número infinito de parámetros.**



### 3. TIPOS DE MODELOS DE LOS ROBOTS FLEXIBLES [2]

- **MODELO DE ELEMENTOS FINITOS:** es el más versátil de los tres y puede tratar condiciones de contorno complicadas, pero no es eficiente computacionalmente y es difícil de manejar. Además, las condiciones de contorno son a menudo inciertas en los robots flexibles. Por otro lado, no da lugar a modelos analíticos, y estos son necesarios a menudo para el análisis y el control de los robots.
- **MODELO DE MASAS CONCENTRADAS:** es el más simple pero, dado que el robot se modela como un conjunto de masas y muelles, los modelos resultantes no son a menudo lo suficientemente precisos.
- **MODELO DE MASAS DISTRIBUIDAS (BASADO EN MODOS ASUMIDOS):** solo se utilizan los primeros modos de vibración. Se trunca el modelo de orden infinito y los modos de vibración de orden más alto se desprecian.



### 3. TIPOS DE MODELOS DE LOS ROBOTS FLEXIBLES



#### VENTAJAS DE LOS MODELOS DE MASAS CONCENTRADAS SOBRE LOS MODELOS DE MASAS DISTRIBUIDAS:

- **SON FÁCILES DE OBTENER:** no se necesitan conocimientos especializados de mecánica.
- **SON RELATIVAMENTE SIMPLES:** al menos, más simples que los de otros métodos.
- **PUEDEN UTILIZARSE EN SISTEMAS MULTICUERPO:** el método de los modos asumidos es difícil de aplicar<sup>[3]</sup> y el método de los elementos finitos no proporciona modelos analíticos.
- **PUEDEN AJUSTARSE FÁCILMENTE A DATOS EXPERIMENTALES:** por ejemplo, respuestas temporales o frecuenciales<sup>[4]</sup>.
- **EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL ES MÁS FÁCIL:** el análisis es más intuitivo y los reguladores que se obtienen a partir de estos modelos son más simples.



# 3. TIPOS DE MODELOS DE LOS ROBOTS FLEXIBLES



## VENTAJAS DE LOS MODELOS DE MASAS DISTRIBUIDAS SOBRE LOS MODELOS DE MASAS CONCENTRADAS:

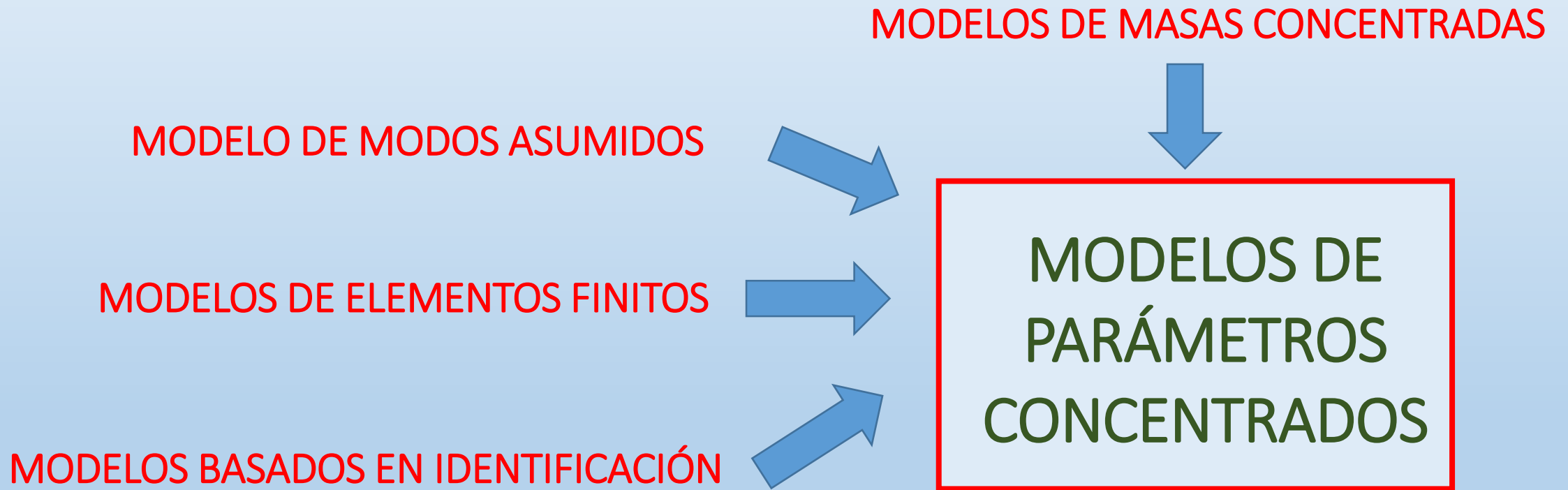
- **ESTOS MODELOS SON MÁS PRECISOS:** son más adecuados para modelar:
  - 1) Eslabones con masas del orden de la carga útil.
  - 2) Eslabones con secciones transversales variables.
  - 3) Efectos de cizalladura y de la inercia de rotación de la sección transversal del eslabón.
- **ESTOS MODELOS PERMITEN ANALIZAR LOS EFECTOS DEL “SPILLOVER”.**
- **PERMITEN INCLUIR MEJOR LAS PERTURBACIONES EXTERNAS QUE SUFRE EL ESLABÓN:** tareas que impliquen interacción con el entorno.



# 3. TIPOS DE MODELOS DE LOS ROBOTS FLEXIBLES



La naturaleza de dimensión infinita de estos sistemas distribuidos se aproxima a menudo por modelos de orden finito con el objeto de hacer manejable el sistema.





# 4. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO



## 4.1. Procedimiento general

- 1) **DEFINIR LA GEOMETRÍA DE LOS ESLABONES :**
  - a) Eslabones rígidos (robots industriales) = líneas rectas.
  - b) Robots flexibles = ecuación de la elástica de Euler-Bernoulli.
  
- 2) **DEFINIR LA CONDICIONES DE CONTORNO:**
  - a) En los dos extremos de cada eslabón.
  - b) Posiciones, orientaciones, fuerzas, pares.
  
- 3) **OBTENCIÓN DE LA DINÁMICA A PARTIR DE LOS PRIMEROS PRINCIPIOS DE LA MECÁNICA**
  - USANDO LA FORMULACIÓN LAGRANGIANA
  - USANDO LA FORMULACIÓN DE NEWTON-EULER

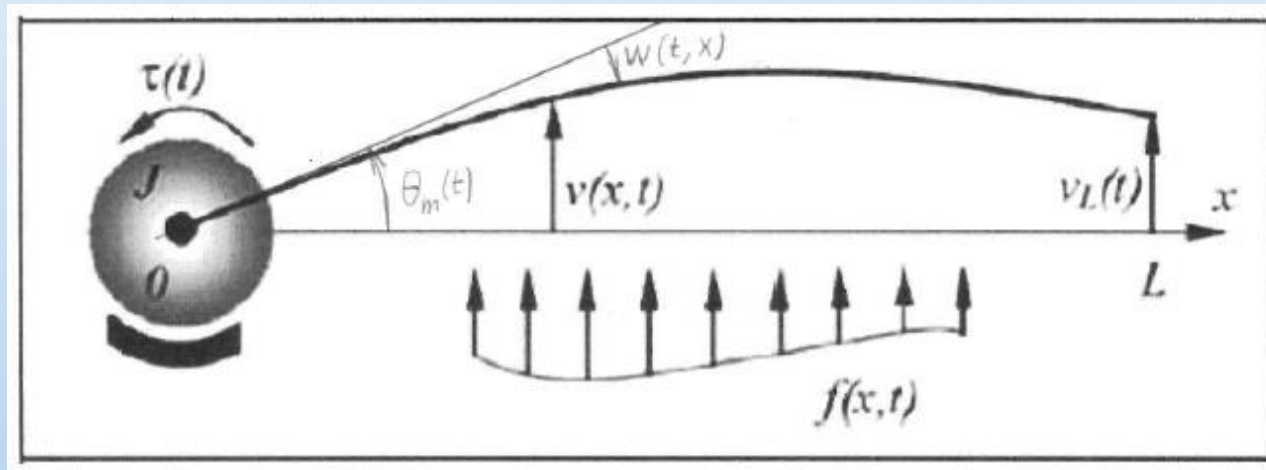


# 4. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO



## 4.2. Geometría de los eslabones

ECUACIÓN DE LA ELÁSTICA DE EULER-BERNOUILLI<sup>[5]</sup>:



$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 w(t, x)}{\partial x^4} + \rho \cdot \left( \frac{\partial^2 w(t, x)}{\partial t^2} + x \cdot \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} \right) = f(x, t)$$



# 4. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO



## 4.2. Geometría de los eslabones

**DINÁMICA CON CONTACTO:**  $f(x,t) \neq 0$ .

**DINÁMICA LIBRE:**  $f(x,t) = 0$ .

**Eslabón rígido:**  $E = \infty$   $\rightarrow$  cuarta derivada de  $w$  respecto a  $x$  es 0. Además  $w$  y su primera, segunda y tercera derivadas con respecto a  $x$  son 0 en  $x = 0$   $\rightarrow w(t,x) = 0$   $\rightarrow$  **línea recta**

**Eslabón sin masa:**  $\rho = 0$   $\rightarrow$  cuarta derivada de  $w$  con respecto a  $x$  es 0  $\rightarrow$  **polinomio de tercer orden en  $x$**

**Eslabón con masa distribuida:** combinaciones de sumas de senos, cosenos, senos y cosenos hiperbólicos y un término lineal en  $x$ .





# 4. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO



## 4.3. Condiciones de contorno

En el extremo del eslabón unido a la articulación "i":

- Continuidad en la posición (brazo unido a la articulación).
- Continuidad en la derivada de la posición (no hay un cambio en la tangente).

En el extremo del eslabón unido a la articulación "i+1":

- Fuerza equivalente aplicada por el resto del robot (masas por aceleraciones).
- Par equivalente aplicado por el resto del robot (inercias de rotación por aceleraciones angulares).



# 4. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO



## 4.4. Obtención de la dinámica

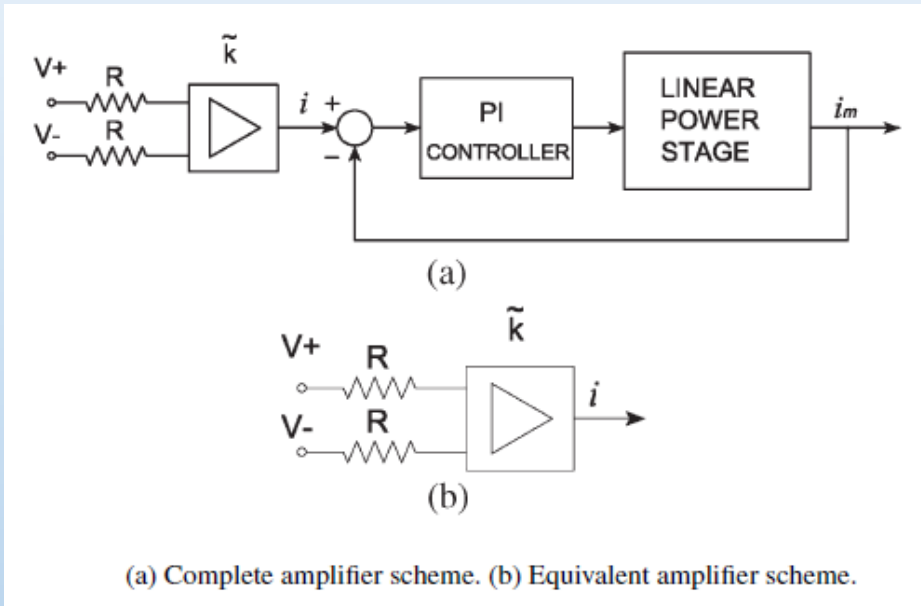
MÉTODOS PRINCIPALES PARA LA OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE UN ROBOT [3]:

- **BASADOS EN LA FORMULACIÓN DE LAGRANGE:** son simples conceptualmente y sistemáticos.
- **BASADOS EN LA FORMULACIÓN DE NEWTON-EULER:** dan lugar a modelos expresados en forma recursiva, que son computacionalmente más eficientes dado que explotan la típica estructura abierta de las cadenas cinemáticas de los robots.



# 5. DINÁMICA DE LOS ACTUADORES

## SISTEMA COMPLETO DE ACTUACIÓN: MOTOR + SERVOAMPLIFICADOR + TRANSMISIÓN



$$\tau = K_m \cdot i, \quad i = \tilde{K} \cdot \mathcal{G} \Rightarrow \tau = \underbrace{K_m \cdot \tilde{K}}_{\hat{K}} \cdot \mathcal{G}$$

Rozamiento de Coulomb:

$$\text{if } |\dot{\theta}| > 0, \quad \Gamma^{coul}(\dot{\theta}_m, \mathcal{G}) = \Gamma_c \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_m)$$

$$\text{if } \dot{\theta} = 0, \quad \Gamma^{coul}(\dot{\theta}_m, \mathcal{G}) = \min(\hat{K} \cdot \text{abs}(\mathcal{G}), \Gamma_c) \cdot \text{sign}(\mathcal{G})$$



# 5. DINÁMICA DE LOS ACTUADORES

SISTEMA COMPLETO DE ACTUACIÓN:  
MOTOR + SERVOAMPLIFICADOR + TRANSMISIÓN

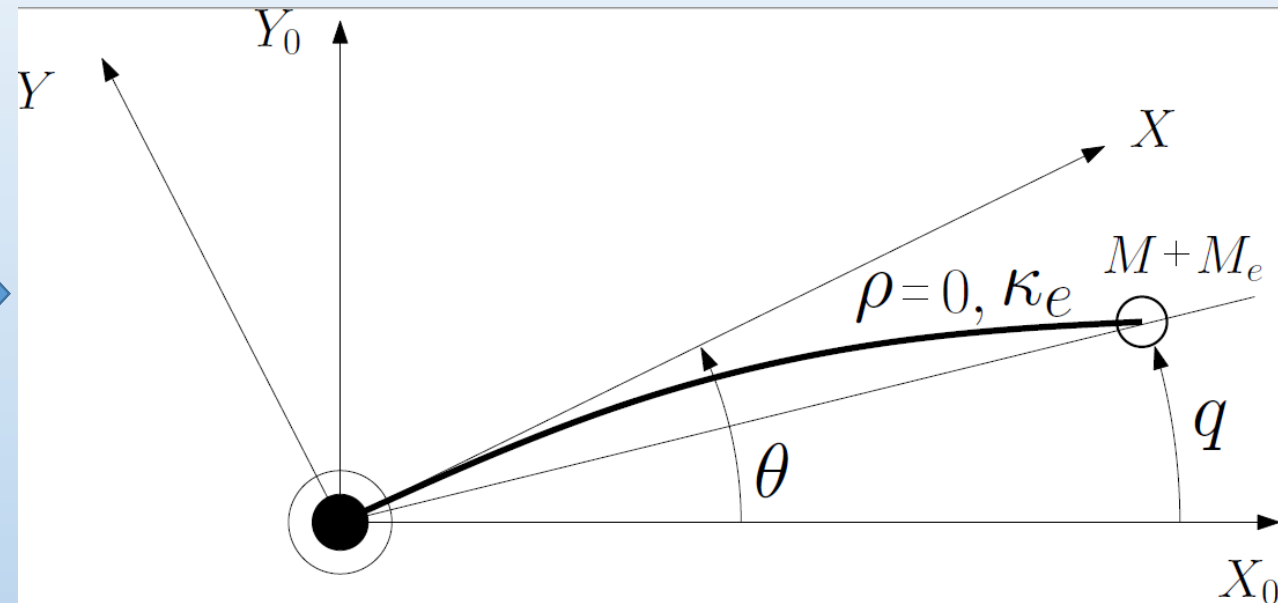
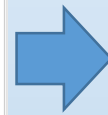
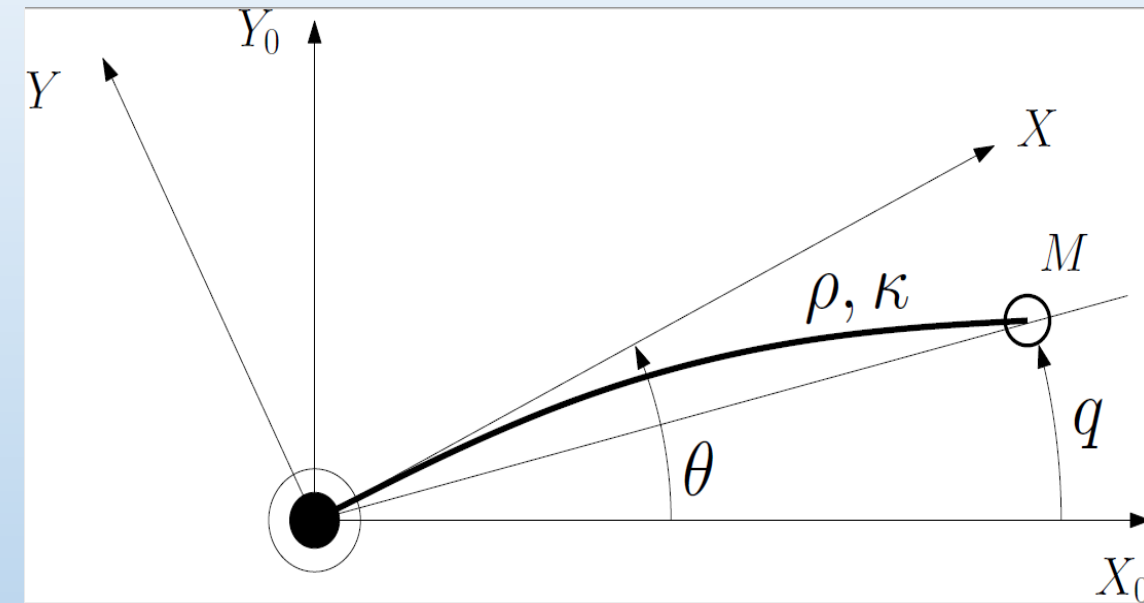


$$\hat{K} \cdot \vartheta = J \cdot \ddot{\theta}_m + \nu \cdot \dot{\theta}_m + \Gamma^{coul}(\dot{\theta}_m, \vartheta) + \frac{1}{n} \cdot \Gamma^{coup}$$

- $\hat{K}$  es la constant electromecánica del sistema servoamplificador del motor.
- $\vartheta$  es el voltaje de entrada al motor. Es la señal de control.
- $J$  es la inercia de rotación del motor.
- $\nu$  es el coeficiente de fricción viscoso.
- $\theta_m$  es el ángulo del motor.
- $n$  es la relación de reducción de la transmisión del motor (reductora).
- $\Gamma^{coup}$  es el par de acoplamiento medido en el punto de union entre la articulación y el eslabón (par transmitido al eslabón).
- $\Gamma^{coul}(\theta_m, \vartheta)$  es el rozamiento de Coulomb.



## 6. EJEMPLO 1: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y una masa concentrada



$$\Gamma^{coup} = (M + M_e) \cdot L^2 \cdot \ddot{q}$$

$$\Gamma^{coup} = K \cdot (\theta - q); \quad c = K^{-1}$$



## 6. EJEMPLO 1: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y una masa concentrada



Tomando transformadas de Laplace:

$$\Gamma^{coup}(s) = (M + M_e) \cdot L^2 \cdot s^2 \cdot Q(s)$$

$$\Gamma^{coup}(s) = K \cdot (\Theta(s) - Q(s))$$

$$G_{\Gamma}(s) = \frac{\Gamma(s)}{\Theta(s)} = \frac{K \cdot s^2}{s^2 + \omega_1^2}$$

$$G_q(s) = \frac{Q(s)}{\Theta(s)} = \frac{\omega_1^2}{s^2 + \omega_1^2}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{(M + M_e) \cdot L^2}}$$





## 6. EJEMPLO 1: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y una masa concentrada

### Amortiguamiento

Amortiguamiento de Rayleigh:  $\zeta = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\alpha}{\omega_1} + \beta \cdot \omega_1 \right), \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

Considérense una fuerza  $F_e$  y un par  $T_e$  en el extremo. Añadiendo  $F_\zeta = 2 \cdot \zeta \cdot \sqrt{m \cdot K} \cdot \dot{q}$  a la fuerza  $F_e$  del extremo, el modelo es:

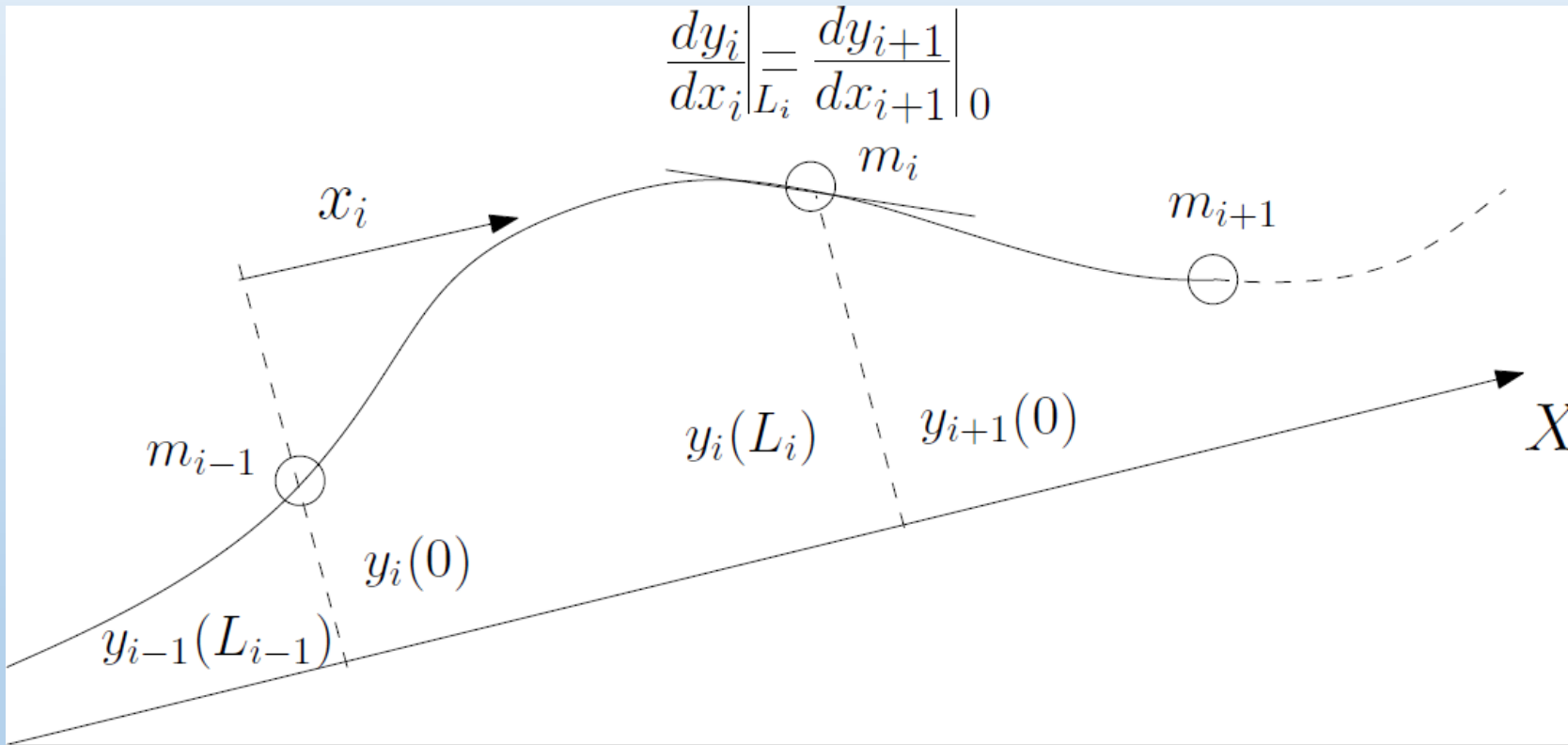
$$m \cdot L^2 \cdot \ddot{q} = K \cdot (\theta - q) - \frac{3}{2} \cdot T_e - 2 \cdot \zeta \cdot L \cdot \sqrt{m \cdot K} \cdot \dot{q} - L \cdot F_e$$

$$\Gamma^{coup} = K \cdot (\theta - q) - \frac{1}{2} \cdot T_e$$





# 7. EJEMPLO 2: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y tres masas concentradas



$$|T_i(x_i)| < \infty$$



$$y_{i-1}(L_{i-1}) = y_i(0)$$
$$\frac{dy_{i-1}}{dx_{i-1}}\Big|_{x_{i-1}=L_{i-1}} = \frac{dy_i}{dx_i}\Big|_{x_i=0}$$



## 7. EJEMPLO 2: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y tres masas concentradas

$$M \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = E \cdot I \cdot A \cdot [Q - U \cdot \theta] + P \cdot T_e + R \cdot F_e$$

$$\Gamma^{coup} = H \cdot (Q - U \cdot \theta) + h \cdot T_e$$

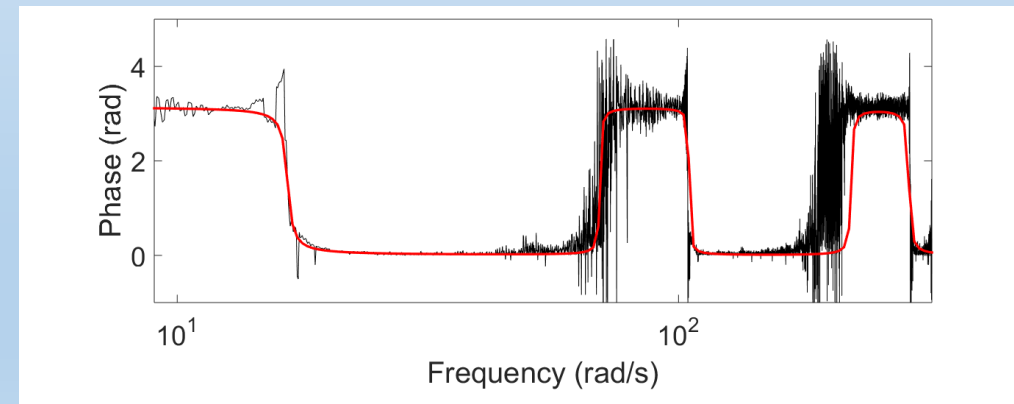
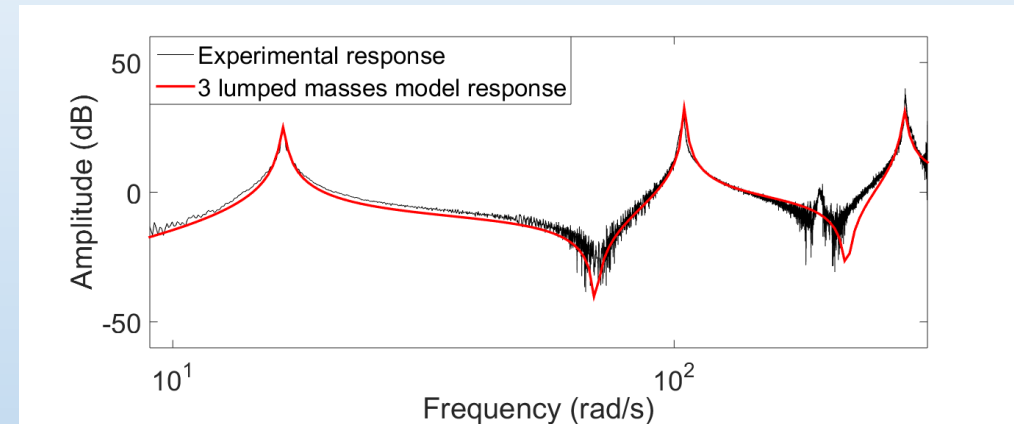
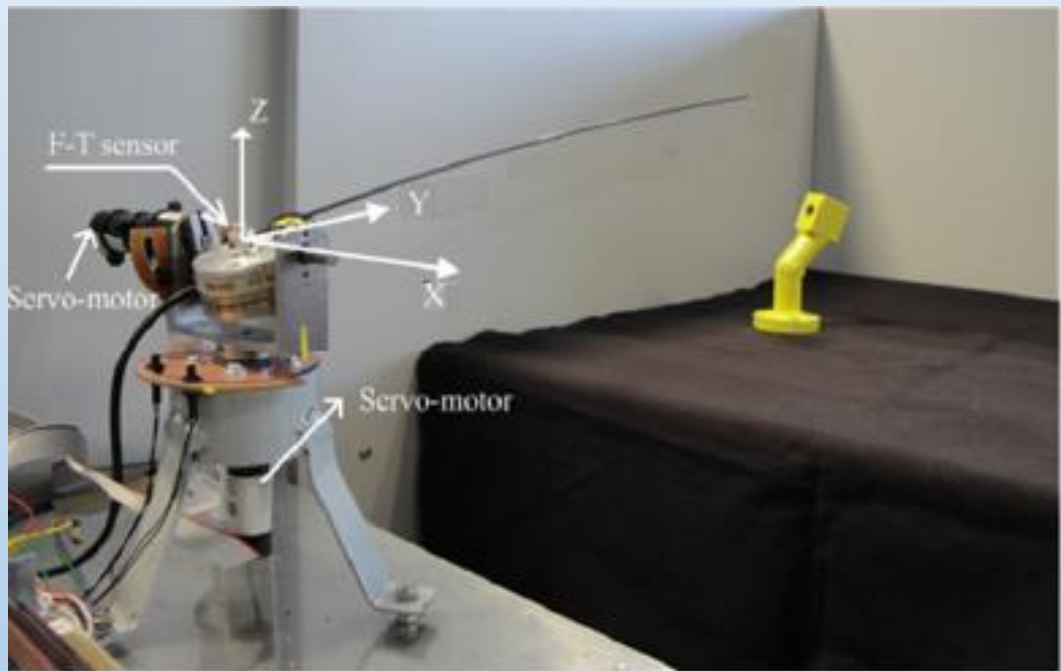
$$U = (11 \dots 11)^T$$

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$$



# 7. EJEMPLO 2: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y tres masas concentradas

## Antena sensora<sup>[7]</sup>





## 7. EJEMPLO 2: eslabón flexible de 1 GDL con movimiento horizontal y tres masas concentradas

### Antena sensora

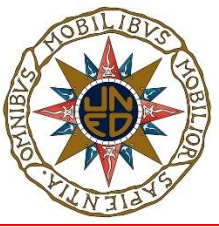
$$m_1 = \frac{m}{4.1}, m_2 = \frac{m}{5.2}, m_3 = \frac{m}{5.3}$$

$$L_1 = \frac{L}{4.12}, L_2 = \frac{L}{2.8}, L_3 = \frac{L}{2.5}$$

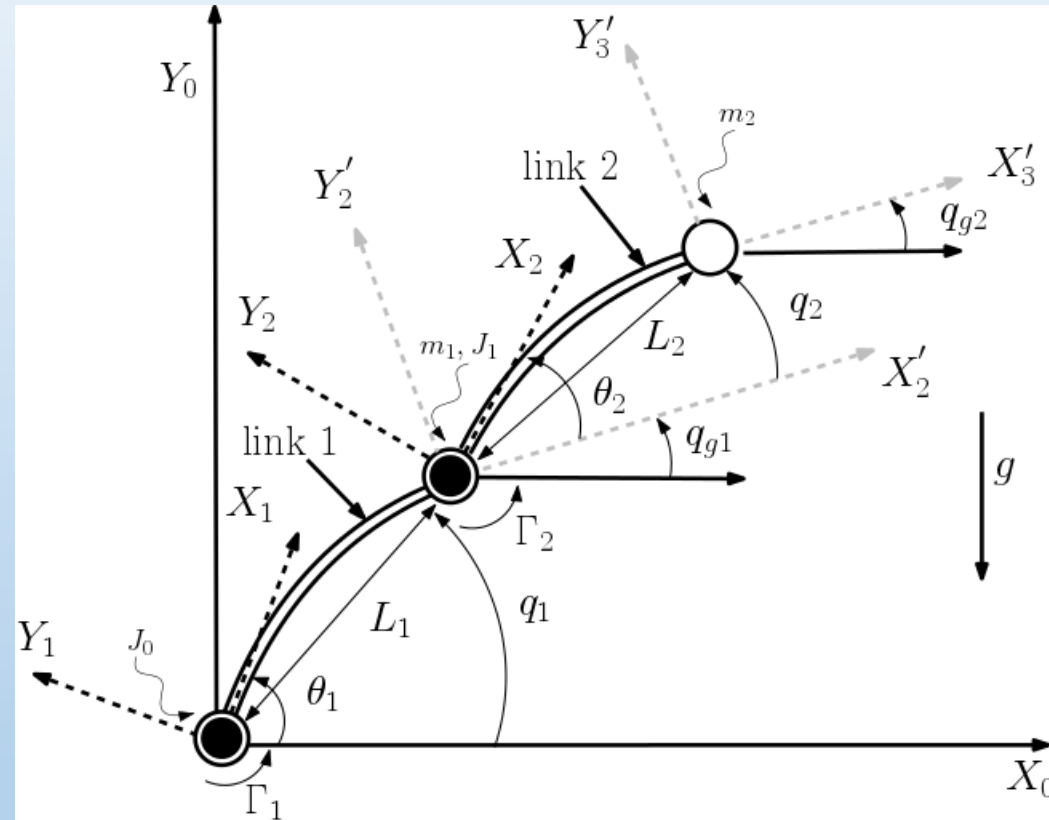
$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\alpha}{\omega_1} + \beta \cdot \omega_1 \right)$$

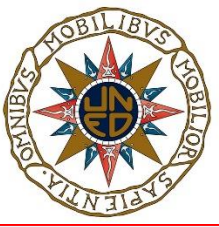
$$\alpha = 0.282, \quad \beta = 5.15 \cdot 10^{-5}$$



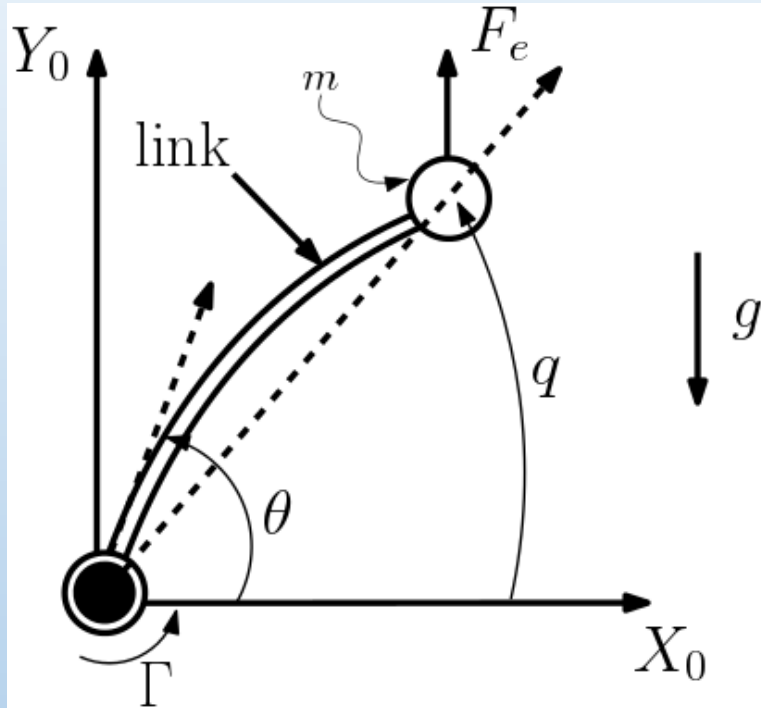


# 8. EJEMPLO 3: dos eslabones flexibles de 2 GDL con movimiento vertical y dos masas concentradas

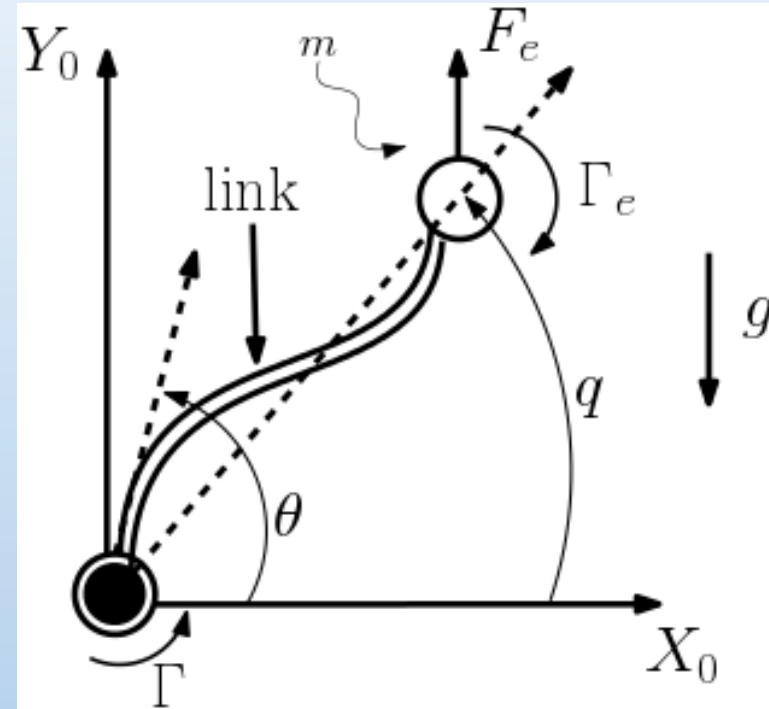




## 8. EJEMPLO 3: dos eslabones flexibles de 2 GDL con movimiento vertical y dos masas concentradas



$$E_e = \frac{1}{2} K \cdot (\theta - q)^2$$



$$E_e = \frac{1}{2} \int_0^L E \cdot I \cdot \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 \cdot dx$$



# 8. EJEMPLO 3: dos eslabones flexibles de 2 GDL con movimiento vertical y dos masas concentradas

Aplicando la formulación de Lagrange:

$$\Gamma = I(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\dot{\mathbf{q}}) + F(\mathbf{q})$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_{g1} \\ q_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$I(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2l_1l_2 \cos(q_{g1} - q_1 + q_2) & m_2l_1l_2 \cos(q_{g1} - q_1 + q_2) & 0 & 0 \\ m_2l_1l_2 \cos(q_{g1} - q_1 + q_2) & J_2 + m_2l_2^2 & m_2l_2^2 & 0 & J_2 \\ m_2l_1l_2 \cos(q_{g1} - q_1 + q_2) & m_2l_2^2 & m_2l_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}$$



# REFERENCIAS

- [1] W.J. Book, “Modeling, Design, and Control of Flexible Manipulator Arms: a Tutorial Review”, *Proceedings 29th IEEE Conference on Decision and Control*, Honolulu, USA, December 1990: 500–506.
- [2] C.T. Kiang, A. Spowage and C.K. Yoong, “Review of Control and Sensor System of Flexible Manipulator”, *J Intell Robot Syst* (2015) 77:187–213.
- [3] S.K. Dwivedy and P. Eberhard, “Dynamic Analysis of Flexible Manipulators, a Literature Review”, *Mechanism and Machine Theory* (2006) 41(7):749–777.
- [4] G.G. Hastings and W.J. Book, “Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulators”, *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, San Francisco (USA), April 1986: 1024–1029.



# REFERENCIAS

- [5] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani and G. Oriolo, *Robotics. Modelling, Planning and Control*, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer, 2009.
- [6] V. Feliu, K.S. Rattan and H.B. Brown, “Modelling and Control of Single-Link Flexible Arms with Lumped Masses”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* (1992) 114: 59-69.
- [7] D. Feliu and V. Feliu, “Improving the position control of a two degrees of freedom robotic sensing antenna using fractional-order controllers”, *International Journal of Control* (2017) 90(6): 1256-1281.



# CONTROL DE POSICIÓN





# ÍNDICE



1. Análisis de la dinámica
  - 1.1. Clases de dinámica
  - 1.2. Respuesta en frecuencia
  - 1.3. Respuesta temporal
  - 1.4. Lugar de las raíces
  - 1.5. Controlabilidad y observabilidad
2. Controles estándares
  - 2.1. Esquemas de control en cadena cerrada
  - 2.2. Técnicas de diseño de reguladores
  - 2.3. Ejemplo: robot de 3 GDL



# ÍNDICE



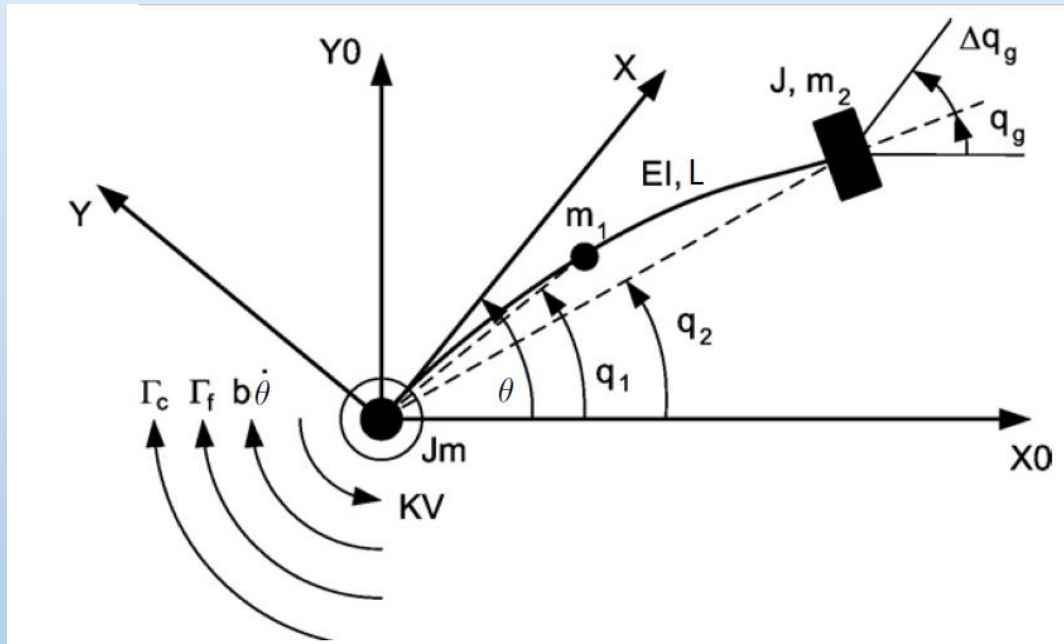
- 2.4. Ejemplo: antena sensora
- 3. Control robusto
  - 3.1. Efecto del “spillover”
  - 3.2. Propiedad de alternancia de polos y ceros
  - 3.3. Control basado en pasividad
- 4. Control adaptativo
  - 4.1. Esquema de control
  - 4.2. Método de identificación
  - 4.3. Leyes de ajuste
  - 4.4. Resultados experimentales



# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.1. Clases de dinámica

TANTO PARA SISTEMAS LINEALES COMO NO LINEALES



RELACIONES DE FASE MÍNIMA (SISTEMAS CON DINÁMICA INVERSA ESTABLE):

- $\theta(t) / v(t)$
- $\Gamma_c(t) / \theta(t)$

RELACIONES DE FASE NO MÍNIMA (SISTEMAS CON DINÁMICA INVERSA INESTABLE):

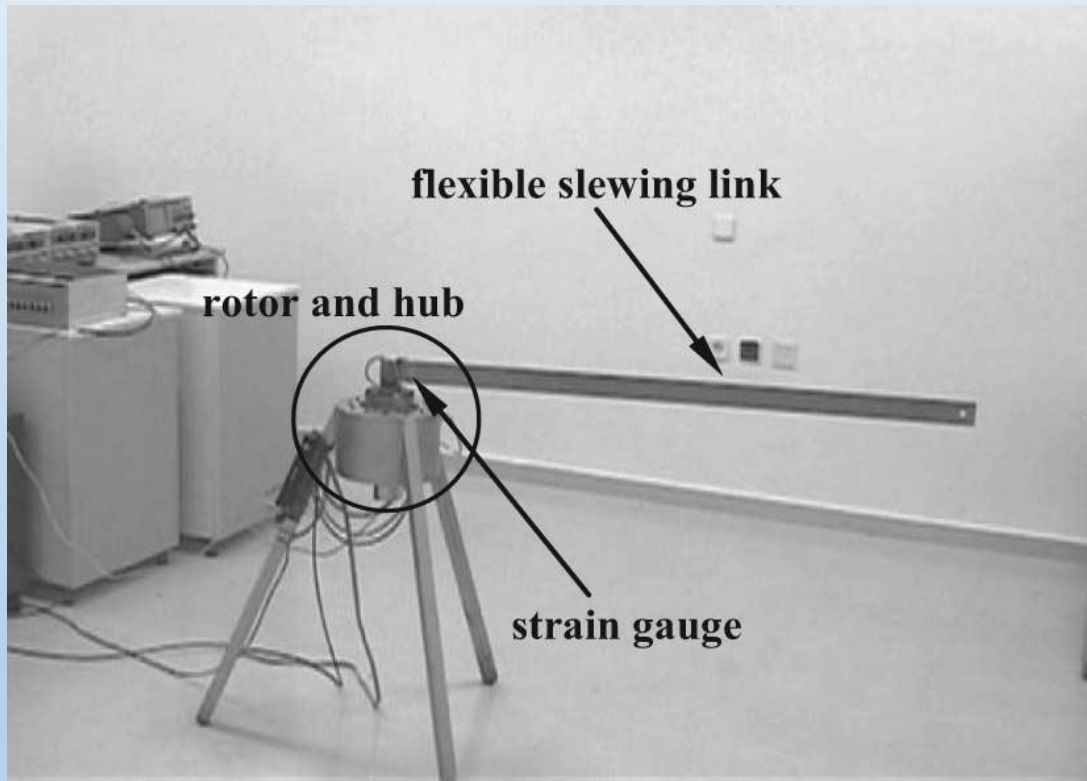
- $q_2(t) / v(t)$
- $q_2(t) / \theta(t)$



# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.2. Respuesta en frecuencia

UN EJEMPLO:



|                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| <b>Longitud</b>        | <b>1,3 m</b>                |
| <b>Altura</b>          | <b>5 cm</b>                 |
| <b>Ancho</b>           | <b>2 mm</b>                 |
| <b>Densidad lineal</b> | <b>259 gr/m<sup>3</sup></b> |
| <b>Carga</b>           | <b>673,4 gr</b>             |



# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.2. Respuesta en frecuencia<sup>[1]</sup>

### COMPORTAMIENTO DE FASE NO MÍNIMA

#### Diagramas de Bode



Funciones de transferencia entre:

1)  $q_2(t) / v(t)$ .

2)  $q_2(t) / \theta(t)$ .

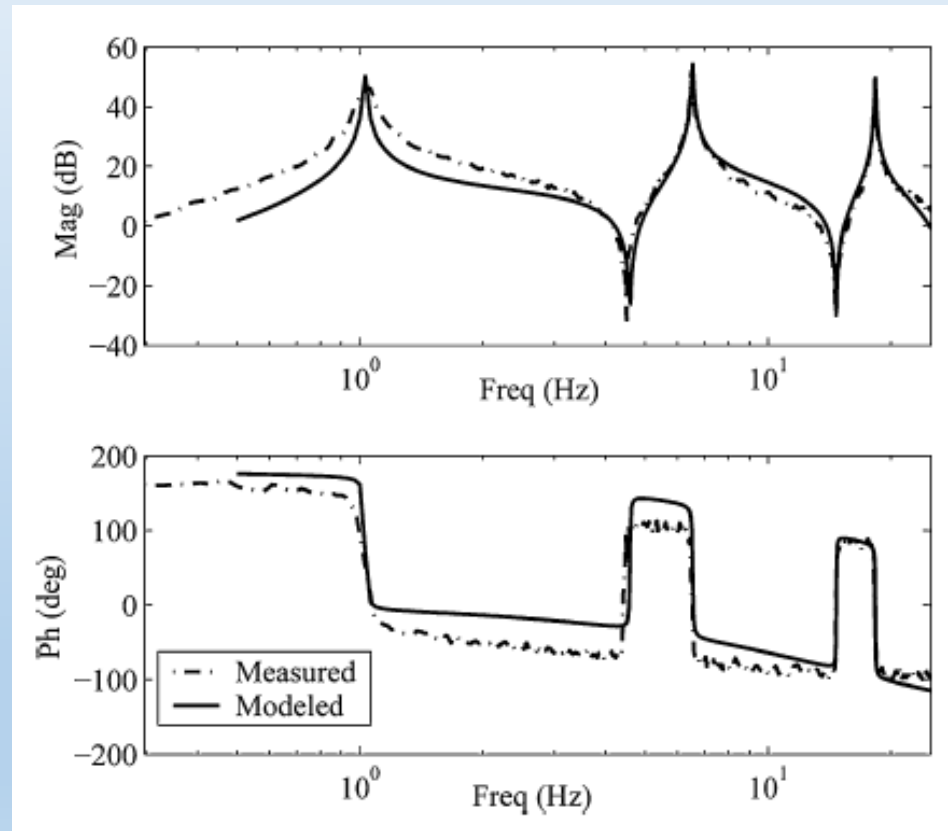


# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.2. Respuesta en frecuencia

### COMPORTAMIENTO DE FASE MÍNIMA

Diagramas de Bode



Funciones de transferencia entre:

- 1)  $\theta(t) / v(t)$ .
- 2)  $\Gamma_c(t) / \theta(t)$ .



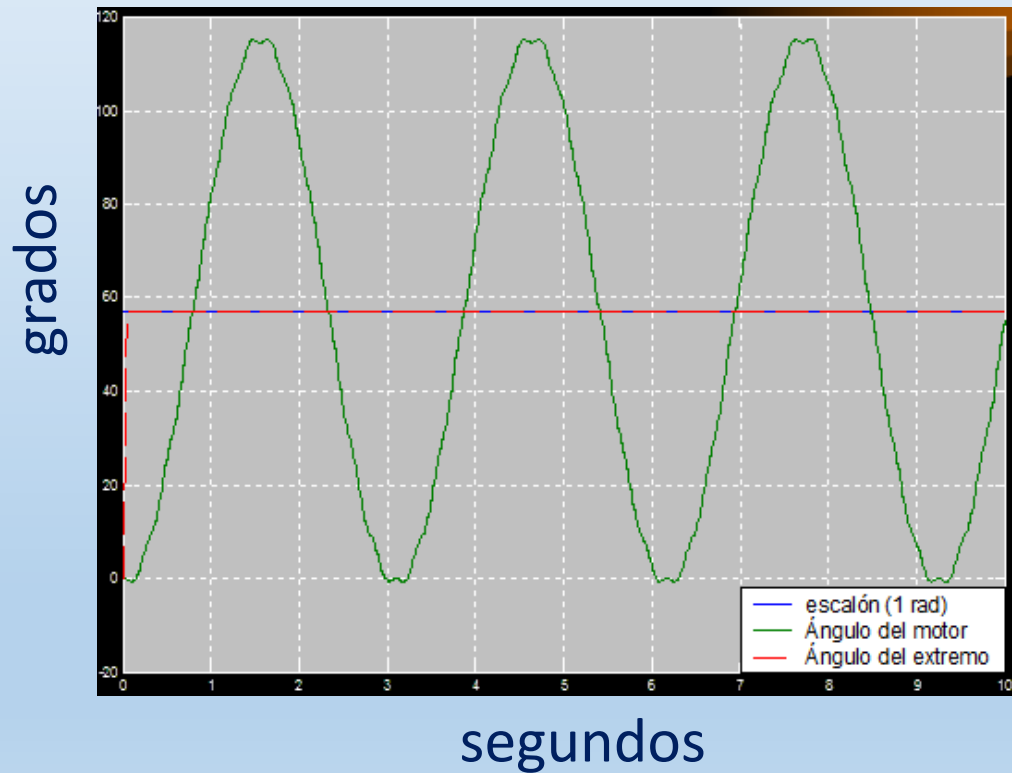


# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

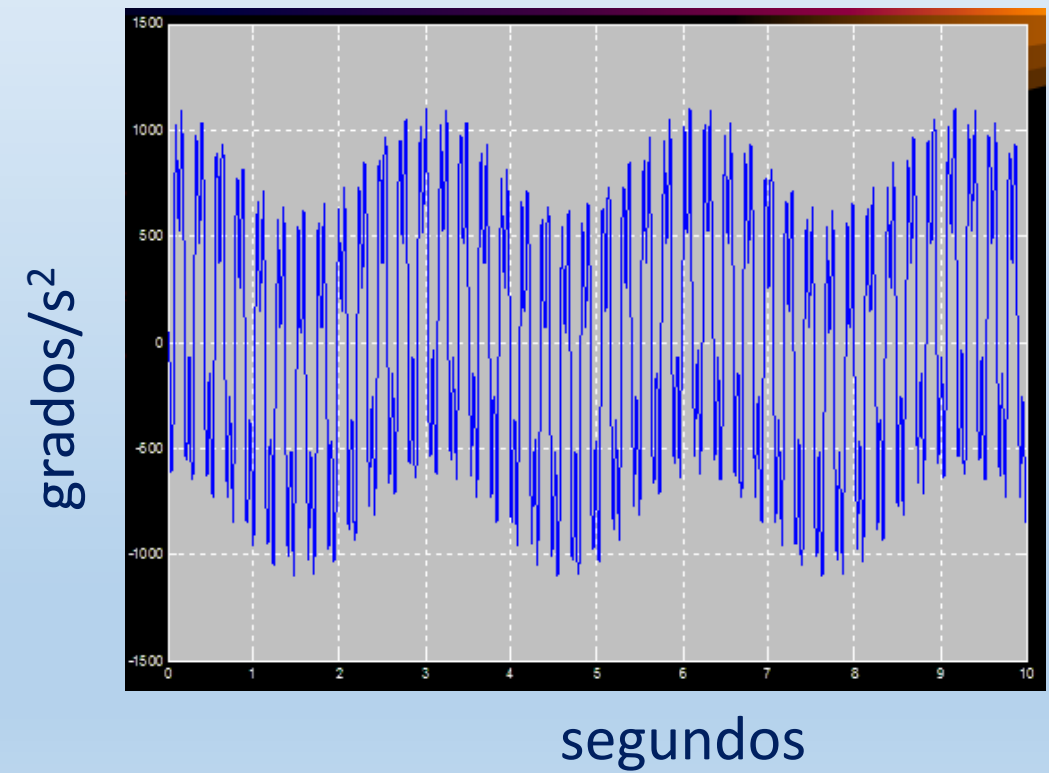
## 1.3. Respuesta temporal

RESPUESTA DEL EXTREMO ANTE UN ESCALÓN EN EL ÁNGULO DEL MOTOR:  
COMPORTAMIENTO DE FASE NO MÍNIMA

Posición del extremo



Aceleración del extremo





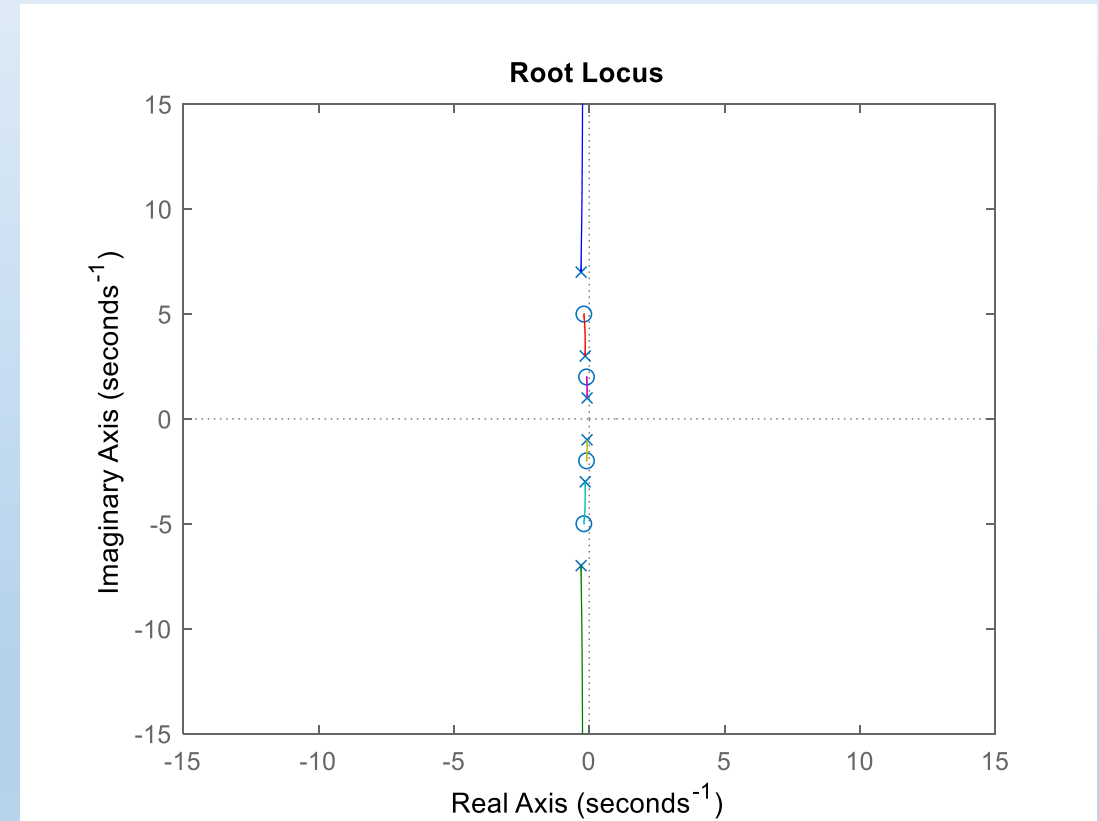
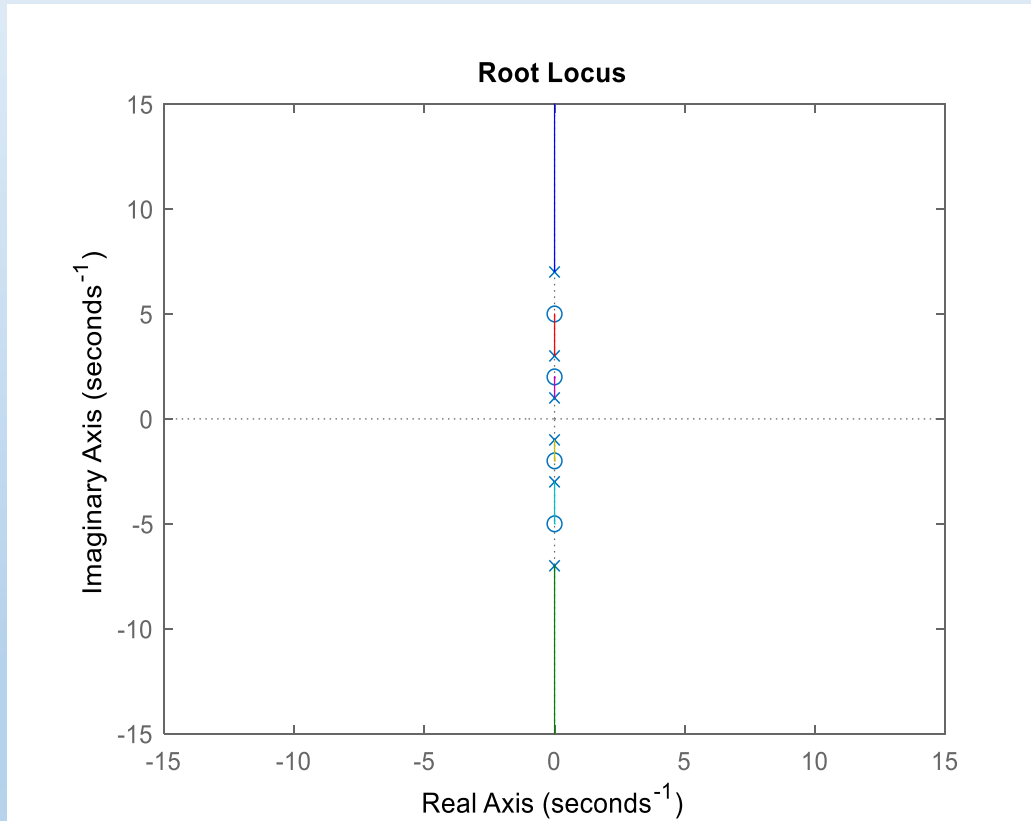
# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.4. Lugar de las raíces

### COMPORTAMIENTO DE FASE MÍNIMA

sin amortiguamiento

amortiguado





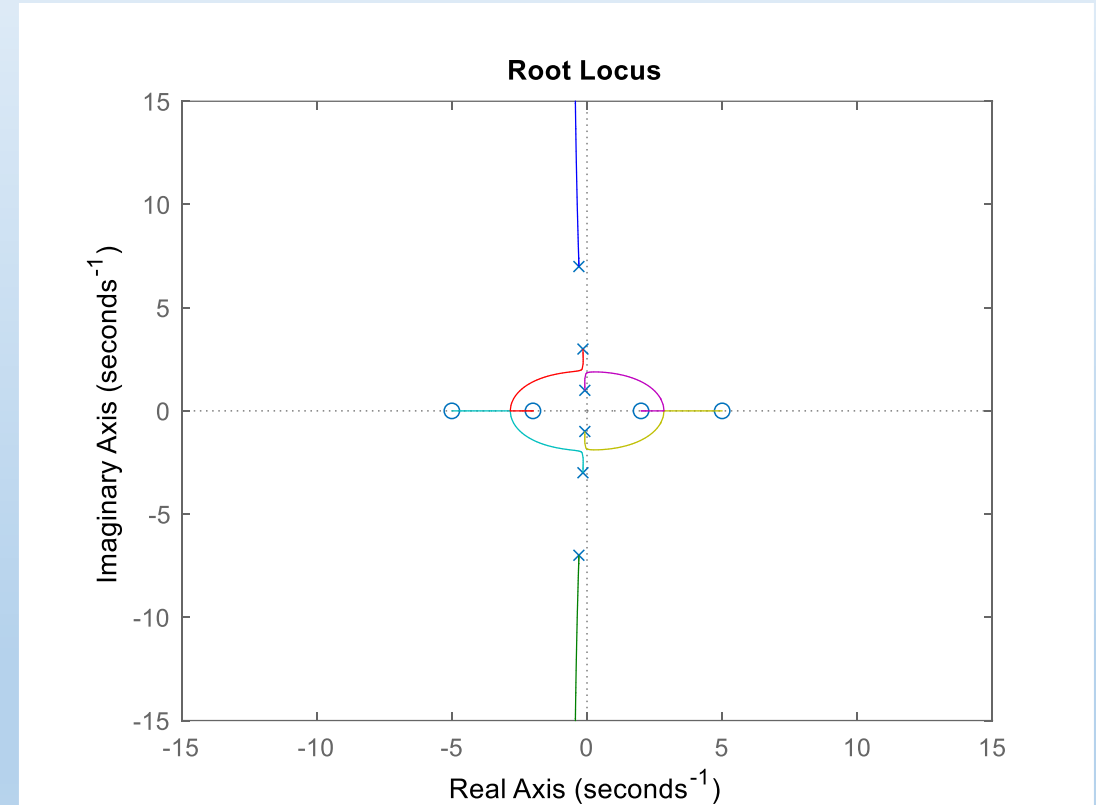
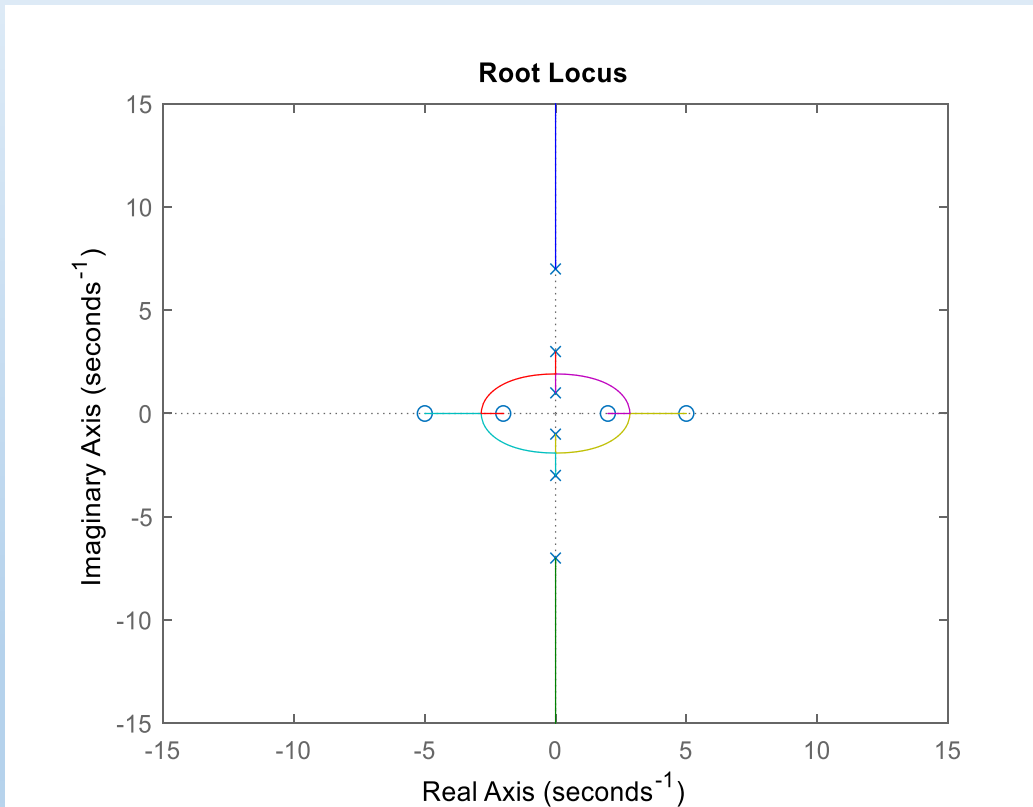
# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.4. Lugar de las raíces

### COMPORTAMIENTO DE FASE NO MÍNIMA

sin amortiguamiento


amortiguado






# 1. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA

## 1.5. Controlabilidad y observabilidad

- 1) Los robots flexibles de un eslabón son completamente controlables con  $v(t)$ .
  - 2) Los robots flexibles de múltiples eslabones son completamente controlables con un conjunto de actuadores linealmente independientes con señales de control  $v_i(t)$  que abarcan: a) todas las direcciones en las que pueden aparecer vibraciones y b) toda la zona de trabajo del robot.
- 
- 1) Los robots flexibles de un eslabón son completamente observables a partir de una única variable medida.
  - 2) Los robots flexibles de múltiples eslabones son completamente observables a partir de un conjunto de medidas linealmente independientes que abarcan: a) todas las direcciones en las que pueden aparecer vibraciones y b) toda la zona de trabajo del robot. 

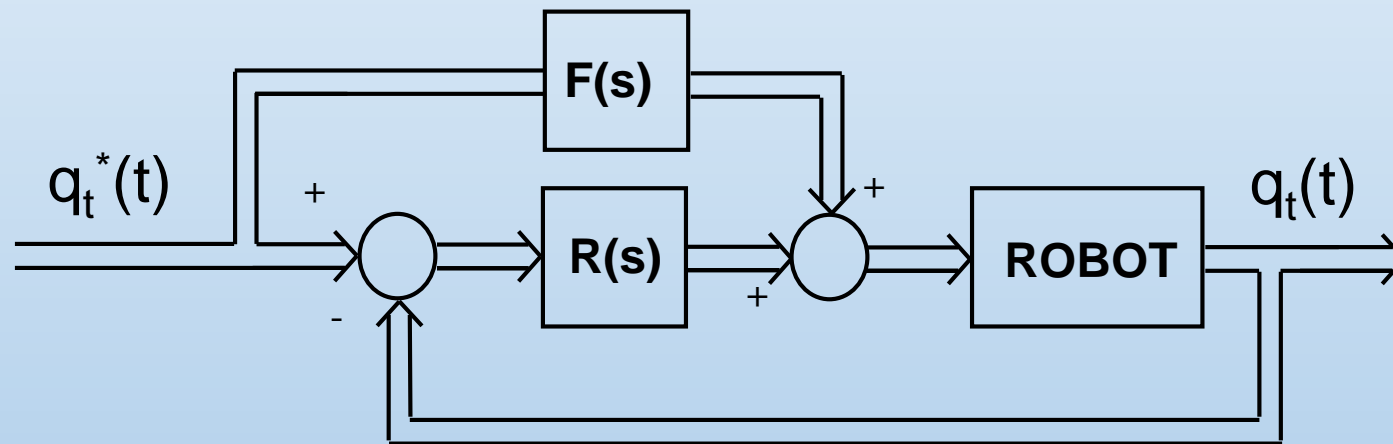
Los ruidos de los sensores y el mal condicionamiento numérico impiden estimar el estado completo a partir de la medida de una única señal  es necesario utilizar sensores adicionales.



## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.1. Esquemas de control en lazo cerrado

ESQUEMA BÁSICO: COMBINACIÓN PREALIMENTACIÓN-REALIMENTACIÓN<sup>[2]</sup>





## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.1. Esquemas de control en lazo cerrado

#### SENSORES<sup>[3]</sup>

- ROBOTS ESTÁNDARES:
  - MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS DE LOS MOTORES
- MEDIDAS DE LAS DEFLEXIONES:
  - POSICIÓN DEL EXTREMO (CÁMARA, LÁSER ...)
  - VELOCIDAD DEL EXTREMO
  - ACELERACIÓN DEL EXTREMO
  - MOMENTOS EN CIERTOS PUNTOS DE LOS ESLABONES

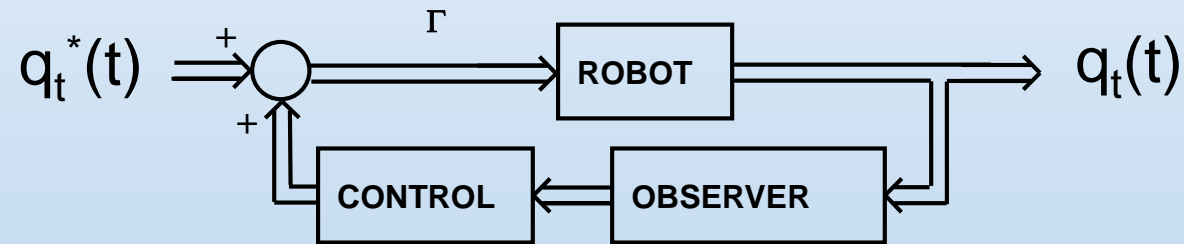


## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

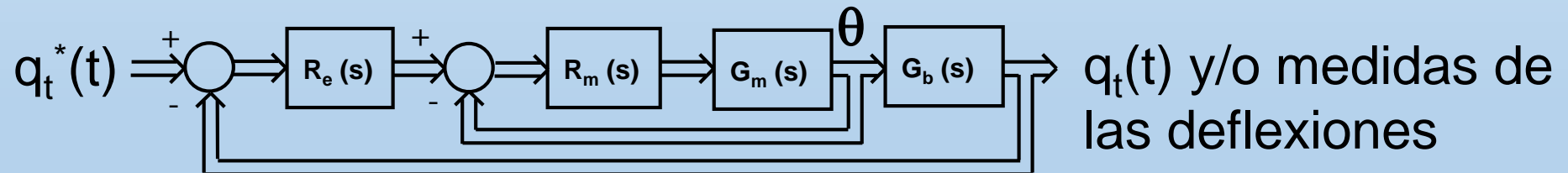
### 2.1. Esquemas de control en lazo cerrado

#### TIPOS DE CONTROLES<sup>[4]</sup>

- ESTÁNDAR



- DOS LAZOS IMBRICADOS







## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.2. Técnicas de diseño de reguladores

#### TÉCNICAS DE CONTROL EN LAZO CERRADO<sup>[4]</sup>

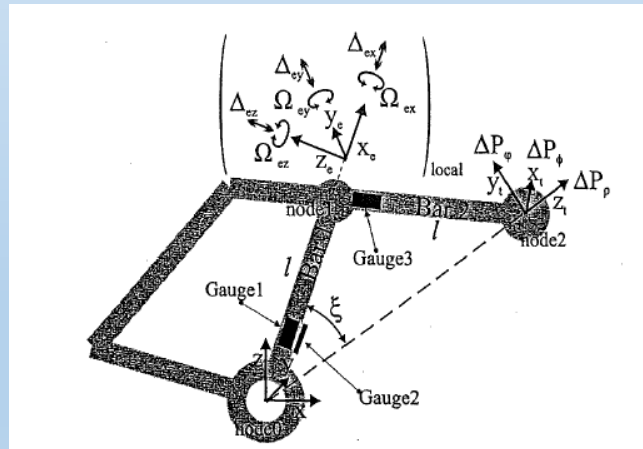
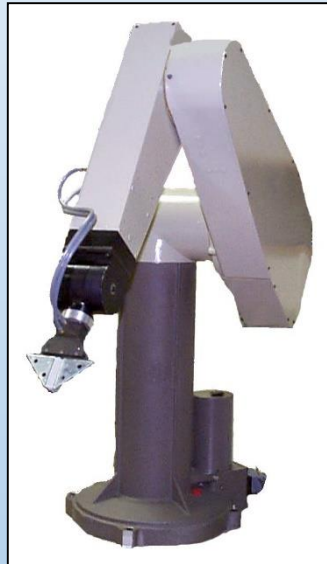
- CONTROL PID
- CONTROL LQG/LQR CON OBSERVADOR
- CONTROL ÓPTIMO CON OBSERVADOR
- LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN
- CONTROL PASIVO
- CONTROL ROBUSTO
- CONTROL ADAPTATIVO
- CONTROL DESLIZANTE
- CONTROL BORROSO
- CONTROL MEDIANTE REDES NEURONALES



## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.3. Ejemplo: robot de 3 GDL

| Robot                     | Puma 560 | Robot flexible |
|---------------------------|----------|----------------|
| Espacio de trabajo        | 0,92 m   | 1,00 m         |
| Carga máxima              | 2,5 kg   | 1,9 kg         |
| Aceleración en el extremo | 1 g      | 1 g            |
| Peso                      | 62,0 kg  | 0,8 kg / 20 kg |



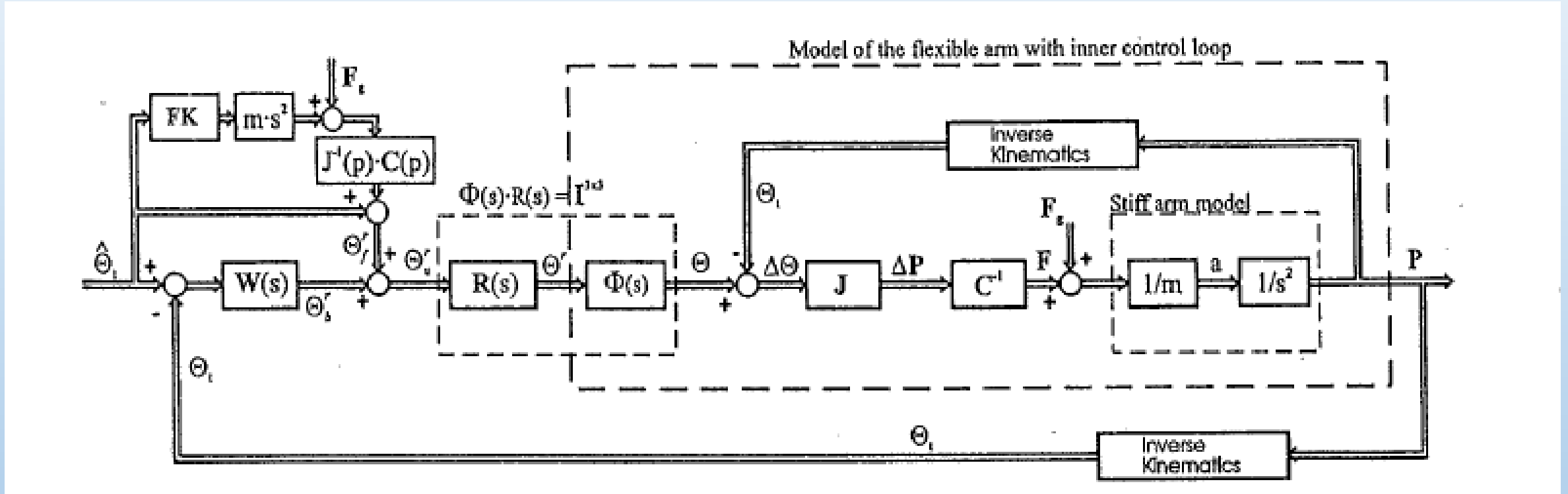
Posiciones elegidas para las galgas extensiométricas





## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.3. Ejemplo: robot de 3 GDL<sup>[5]</sup>



Sistema de control en lazo cerrado



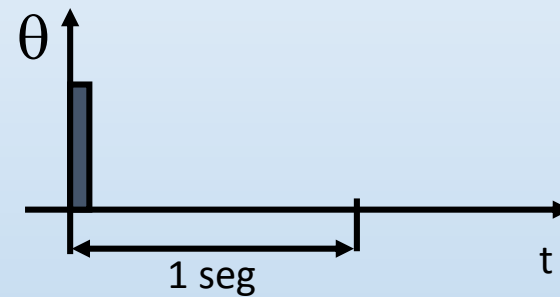
## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.3. Ejemplo: robot de 3 GDL

Respuesta ante un pulso en el ángulo del motor:



Control del motor



Control del motor y vibraciones

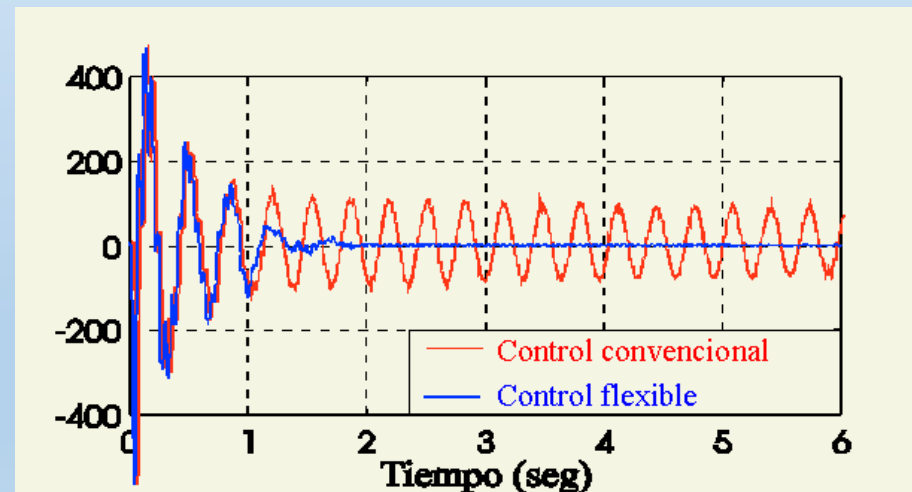
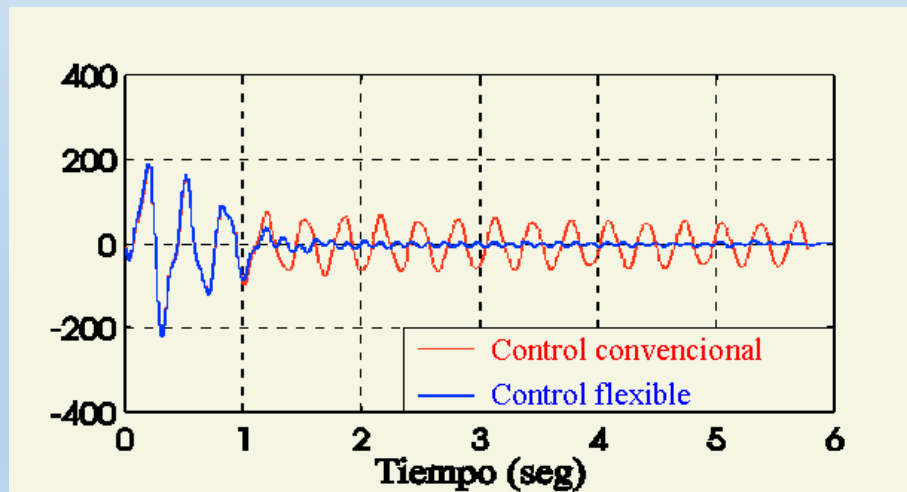
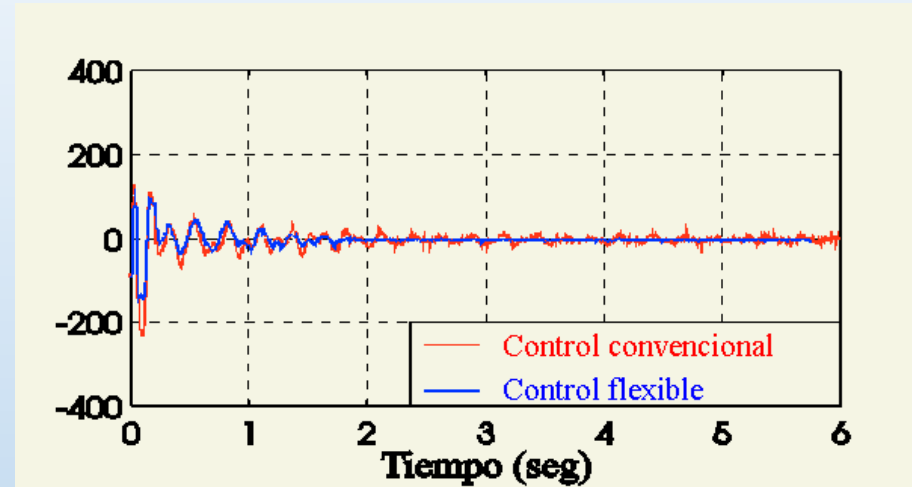


## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.3. Ejemplo: robot de 3 GDL

Señales de las galgas extensiométricas.

El control de vibraciones se conecta después de 1s.





## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

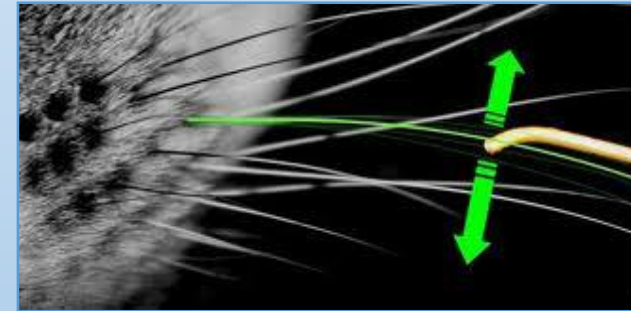
### 2.4. Ejemplo: antena sensora

#### ***Bigotes y Antenas Sensoras – en la naturaleza-***

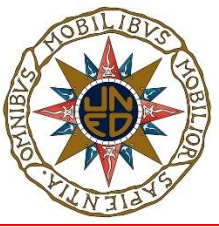


**El tacto no es solo un estímulo de alerta, se utiliza para resolver tareas complejas de percepción.**

**El momento debido a la deflexion - o par - en la base del bigote se utiliza para generar el entorno 3D**

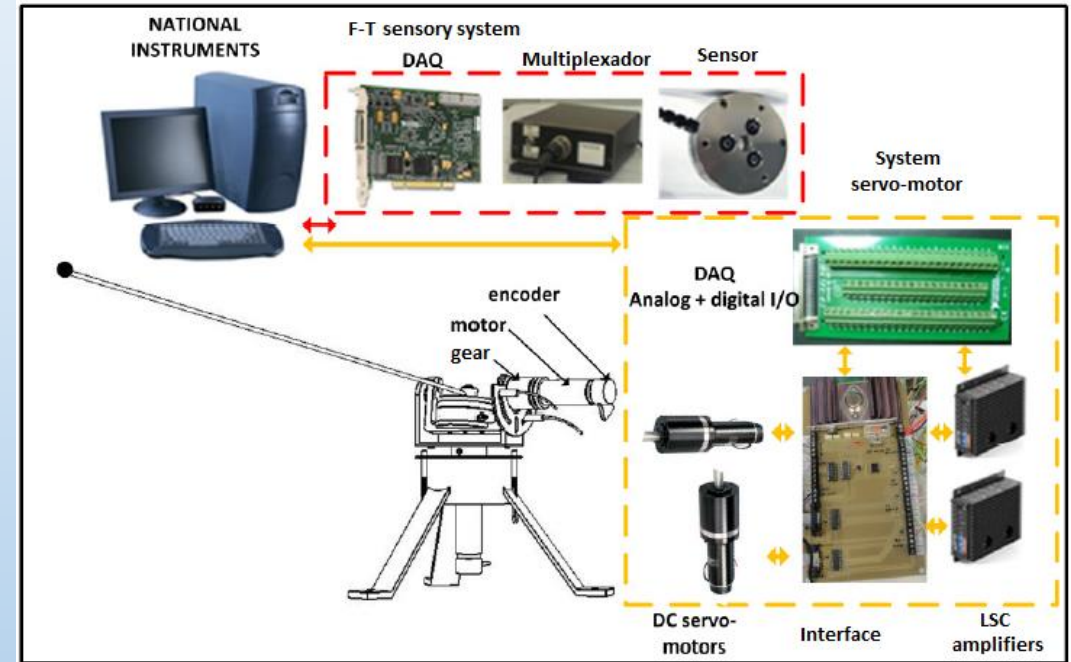
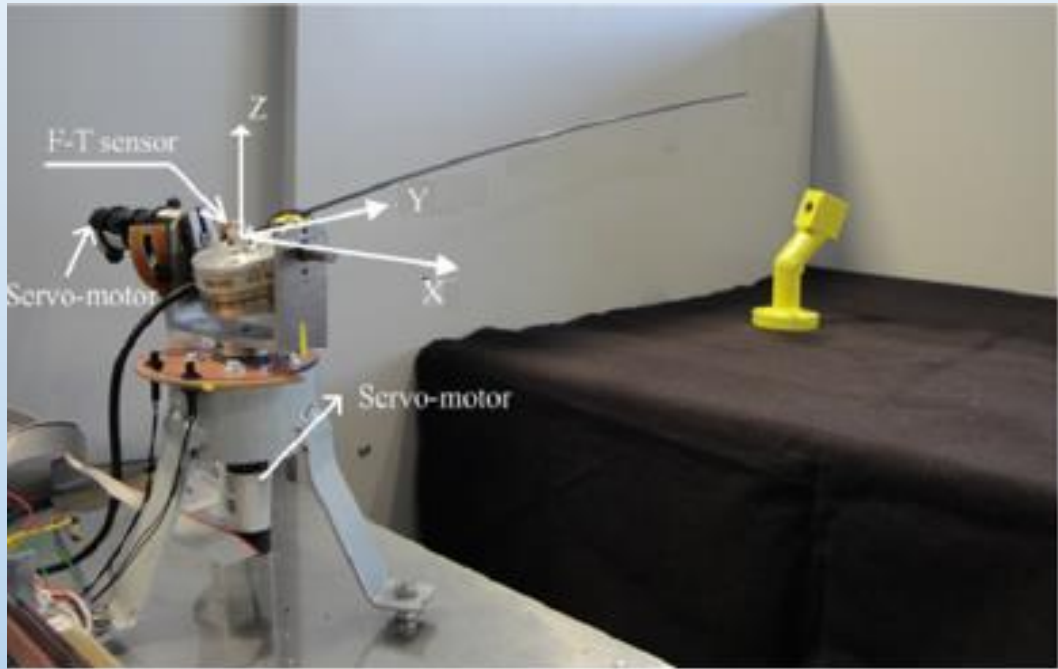






## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.4. Ejemplo: antena sensora<sup>[6]</sup>







## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.4. Ejemplo: antena sensora<sup>[7]</sup>

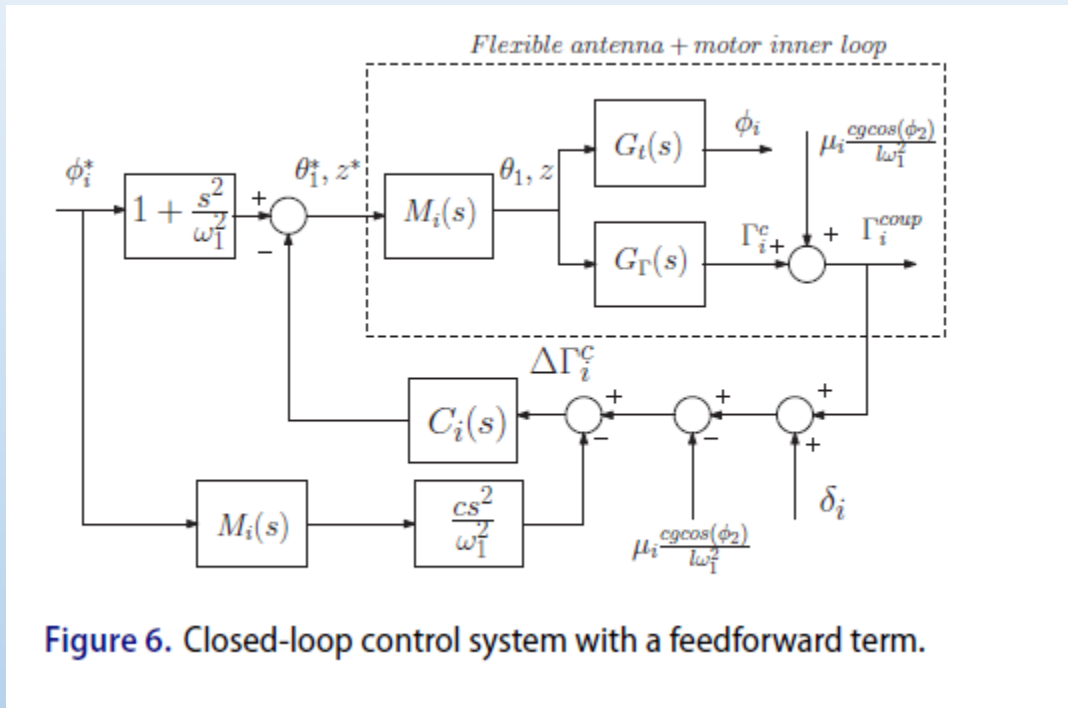


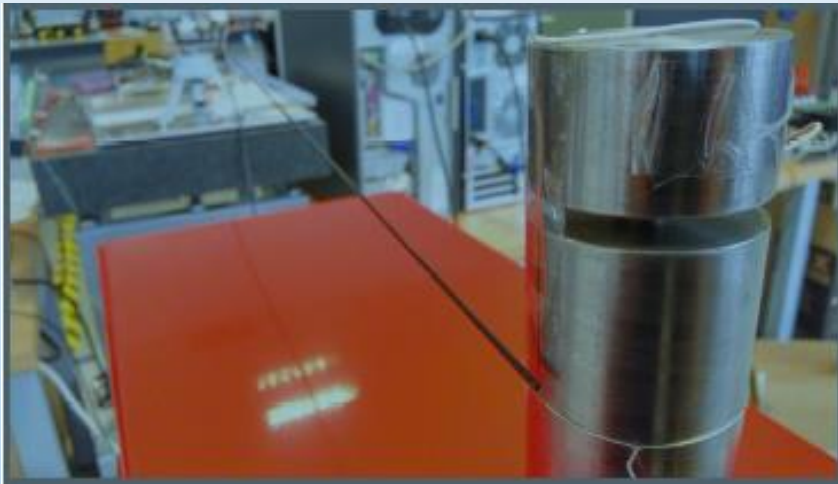
Figure 6. Closed-loop control system with a feedforward term.

- Se utiliza un modelo de una masa concentrada para diseñar un regulador que linealiza y desacopla la dinámica de la antena.
- Se utiliza un modelo de tres masas concentradas para controlar las vibraciones residuales (tres modos) en los ángulos cenital y azimutal.
- El esquema de control incluye:
  - 1) Un término de prealimentación.
  - 2) Un doble lazo imbricado de control.
  - 3) Un regulador  $C_i(s)$  de altas prestaciones robusto al ruido del sensor.

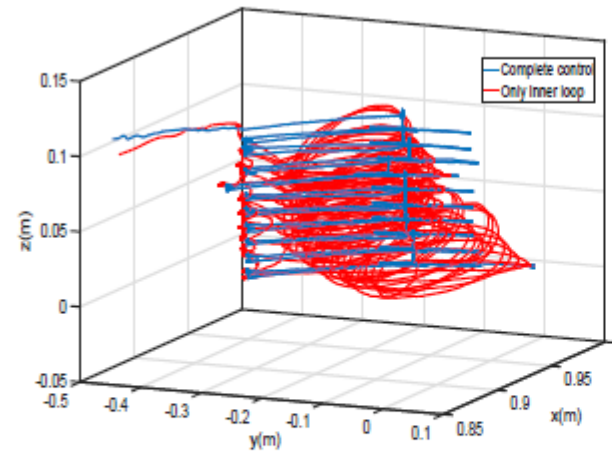


## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

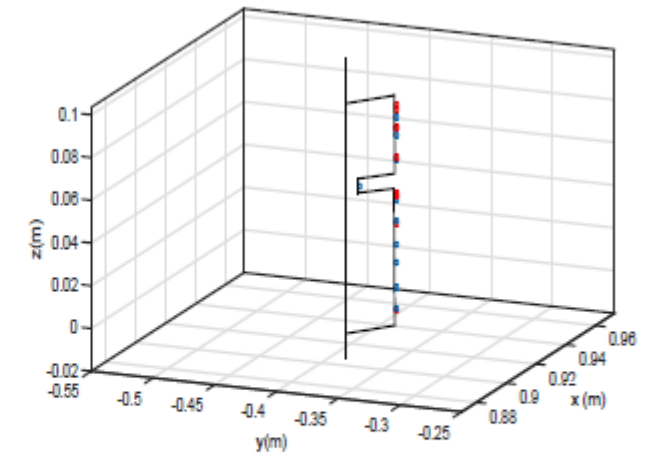
### 2.4. Ejemplo: antena sensora



Introducción de una antena de sección transversal circular de 2 mm de diámetro en una ranura de 3 mm de ancho



(a)



(b)

Figure 15. (a) Trajectories performed by the tip of the antenna in the profile recognition experiment (b) detail of the points estimated by the antenna (in blue with complete control and in red with only inner loop control).



## 2. CONTROLES ESTÁNDARES

### 2.4. Ejemplo: antena sensora



Control del motor



Control del motor y control de vibraciones robusto al ruido en las medidas de las galgas extensiométricas



## 3. CONTROL ROBUSTO

### 3.1. Efecto del “spillover”

- Los polos y ceros del sistema exacto de orden infinito siguen ciertos patrones repetidos hasta el infinito.
- El efecto del spillover es causado por los  $\infty$  modos de vibración que se desprecian cuando el modelo dinámico de dimensión infinita se trunca.
- Cuando el lazo de control se cierra usando un regulador diseñado a partir de un modelo truncado, la dinámica despreciada puede inestabilizar el sistema.

**SE BUSCAN CONTROLES ROBUSTAMENTE ESTABLES ANTE EL SPILLOVER Y VARIACIONES PARAMÉTRICAS GRANDES**



## 3. CONTROL ROBUSTO

### 3.2. Propiedad de alternancia de polos y ceros

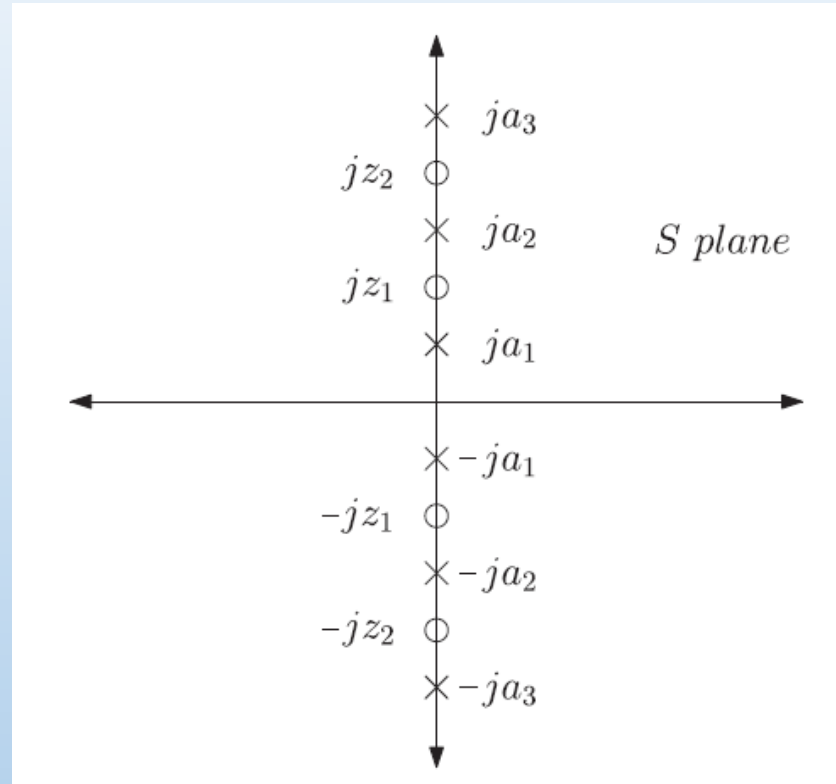
- Sistemas débilmente amortiguados
- Sensores colocados → F.T. con la propiedad de alternancia de polos y ceros
- Sensores no colocados → F.T. de fase no mínima



### 3. CONTROL ROBUSTO

#### 3.2. Propiedad de alternancia de polos y ceros<sup>[8]</sup>

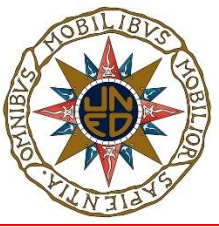
PROPIEDAD 1 :



PROPIEDAD 2 :

$$P(s, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s^2 + a_i^2}, \quad k_i > 0, \quad 1 \leq i \leq n,$$





# 3. CONTROL ROBUSTO

## 3.3. Control basado en pasividad<sup>[9]</sup>

### Passive systems theory

A system with outputs

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

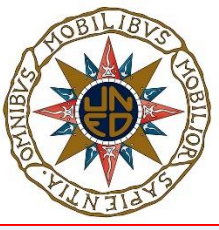
$$y = h(x)$$

is called **passive** if there exists a function  $S(x)$  with  $S(x) \geq 0$  for all  $x$  if and only if

$$\frac{d}{dt}S \leq y^T u$$

In physical situations  $S$  is often the 'stored energy' in the system, while  $y^T u$  is the supplied power. Formally,  $S(x)$  is called the **storage function** and  $s(y, u) = y^T u$  the **supply rate**.

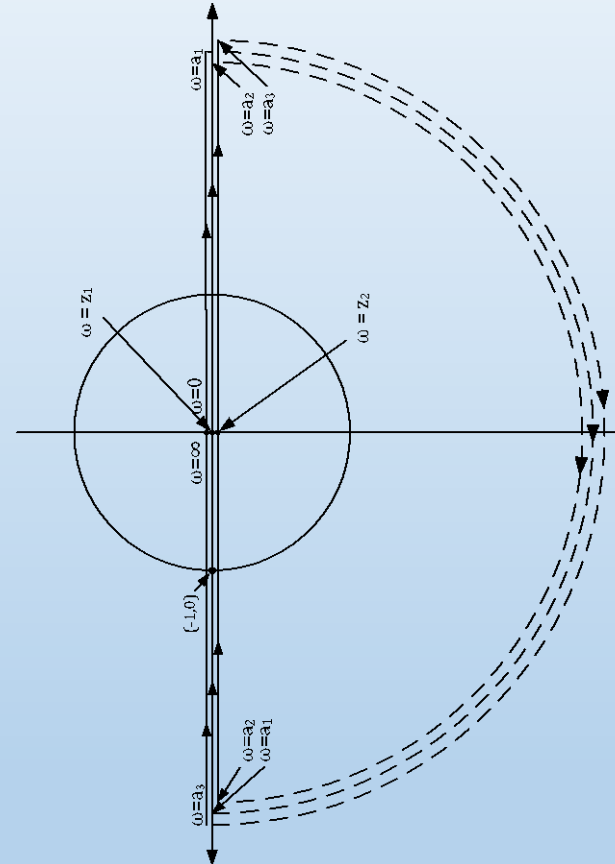


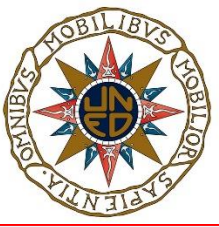


# 3. CONTROL ROBUSTO

## 3.3. Control basado en pasividad

Trazado de Nyquist de un sistema lineal invariante con el tiempo pasivo:

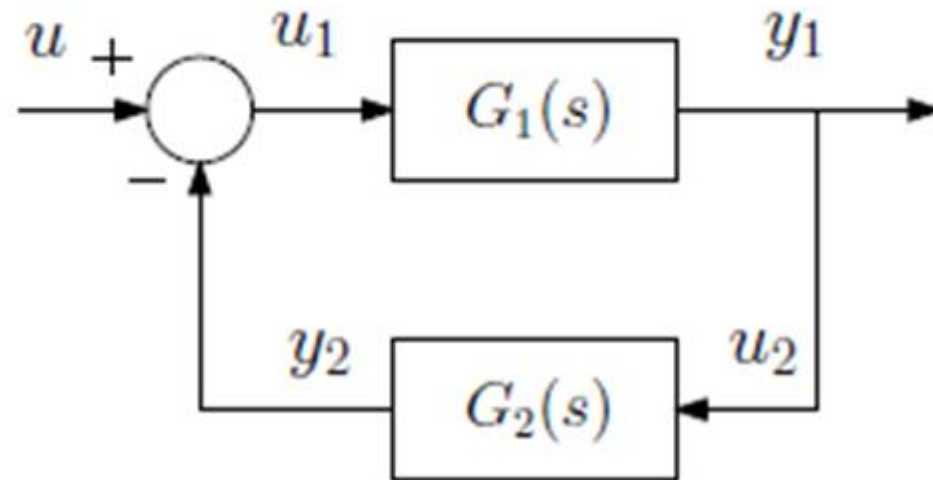




# 3. CONTROL ROBUSTO

## 3.3. Control basado en pasividad

*Theorem 2.* Supposing two strictly passive systems  $G_1(s)$  and  $G_2(s)$ , the resulting negative feedback system is strictly passive too.





## 3. CONTROL ROBUSTO

### 3.3. Control basado en pasividad

PROPIEDAD 3 : si  $P(s,p)$  verifica la propiedad de alternancia de polos y ceros  $\Rightarrow k \cdot s \cdot P(s,p)$  es pasivo para  $k > 0$ .



Si se cierra un lazo de control de  $P(s,p)$  con un regulador  $C(s)$  tal que  $C(s)/s$  sea pasivo, el sistema resultante es estable y además:

- Es robusto ante efectos del spillover.
- Es robusto ante los cambios de los parámetros  $p$ .



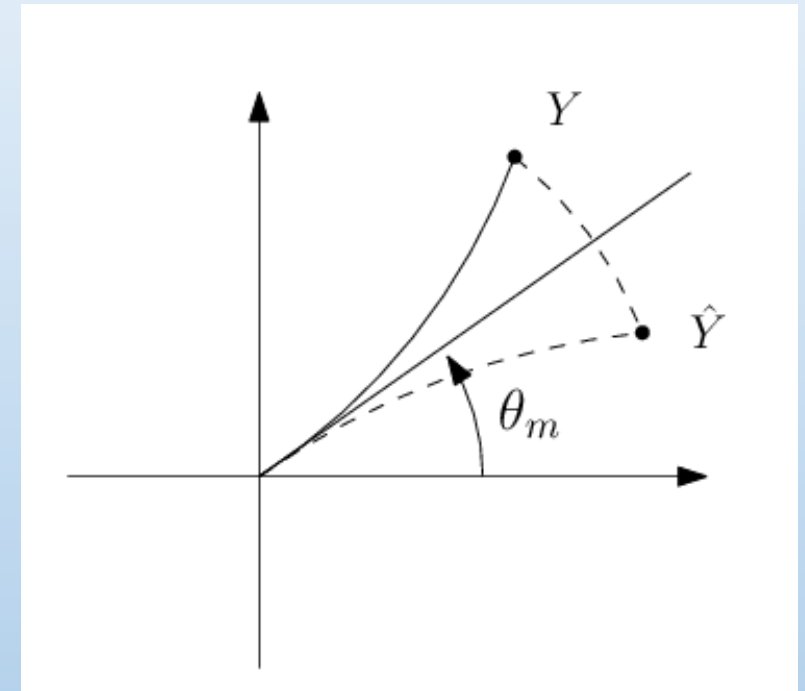
# 3. CONTROL ROBUSTO

## 3.3. Control basado en pasividad



### RELACIONES DE PASIVIDAD

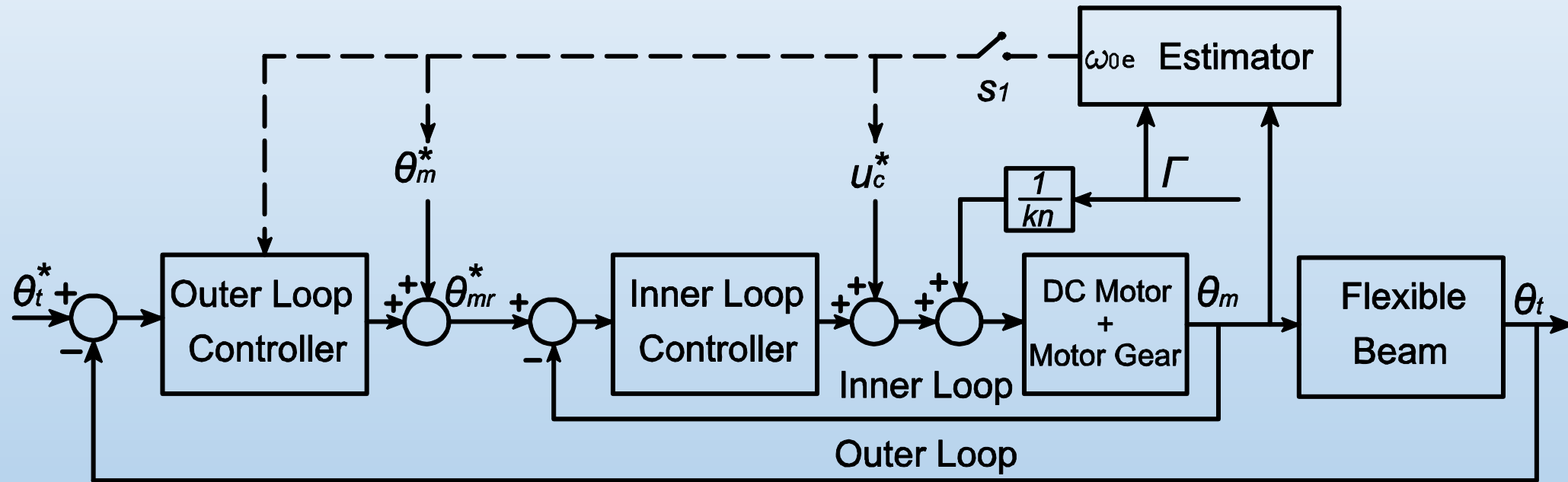
- F.T. desde el par motor hasta la velocidad de la articulación<sup>[10]</sup>
- F.T. desde el par motor hasta la derivada de la salida reflejada<sup>[11]</sup>
- F.T. desde la posición del motor hasta la integral del par de acoplamiento<sup>[12]</sup>





# 4. CONTROL ADAPTATIVO

## 4.1. Esquema de control<sup>[13]</sup>





## 4. CONTROL ADAPTATIVO

### 4.2. Método de identificación

Modelo dinámico:

$$\ddot{q} + \omega_1^2 \cdot q = \omega_1^2 \cdot \theta$$

$$\Gamma^{coup} = K \cdot (\theta - q) \Rightarrow q = \theta - \frac{\Gamma^{coup}}{K}$$

Técnica de identificación algebraica:

$$\hat{\omega}_1^2 = \frac{t^2 \cdot q - 4 \cdot \int_0^t \sigma \cdot q \cdot d\sigma + 2 \cdot \int_0^t \int_0^\sigma q \cdot d\lambda \cdot d\sigma}{\int_0^t \int_0^\sigma \lambda^2 \cdot \theta \cdot d\lambda \cdot d\sigma - \int_0^t \int_0^\sigma \lambda^2 \cdot q \cdot d\lambda \cdot d\sigma}$$



## 4. CONTROL ADAPTATIVO

### 4.3. Leyes de ajuste

Leyes de ajuste:

Prealimentación

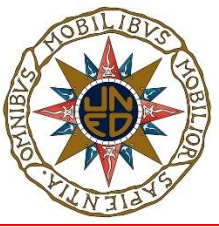
Realimentación

$$\theta^* = q^* + \frac{1}{\hat{\omega}_1^2} \cdot \ddot{q}^*$$

$$s^3 + a_2 \cdot s + \hat{\omega}_1^2 \cdot (1 + a_1) \cdot s + \hat{\omega}_1^2 \cdot (a_0 + a_2) = (s - p)^3$$

Ley de control del lazo externo:  $C(s) = (a_1 \cdot s + a_0) / (s + a_2)$





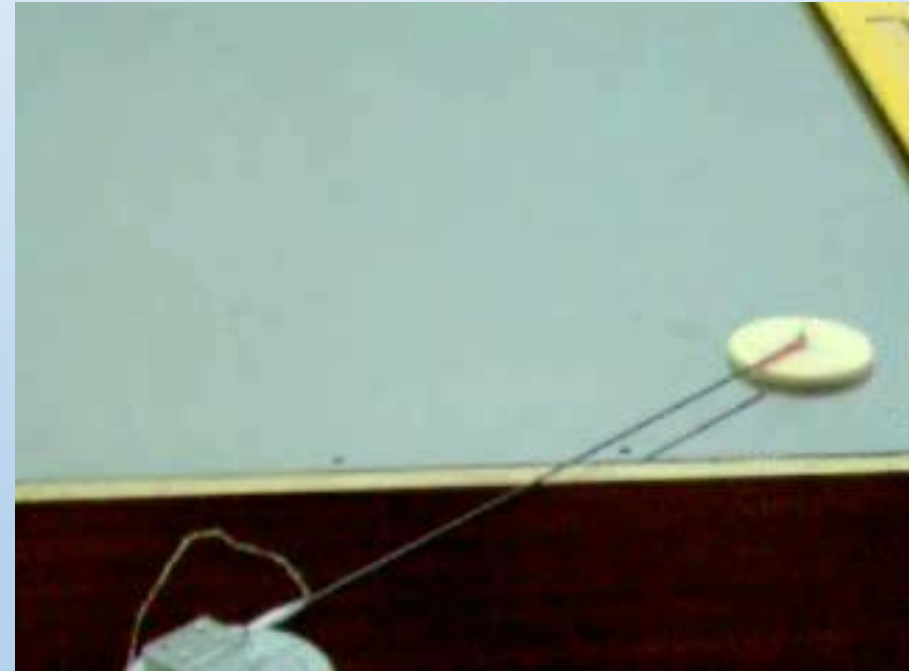
# 4. CONTROL ADAPTATIVO

## 4.4. Resultados experimentales

Control de un robot industrial



Control adaptativo de un robot flexible

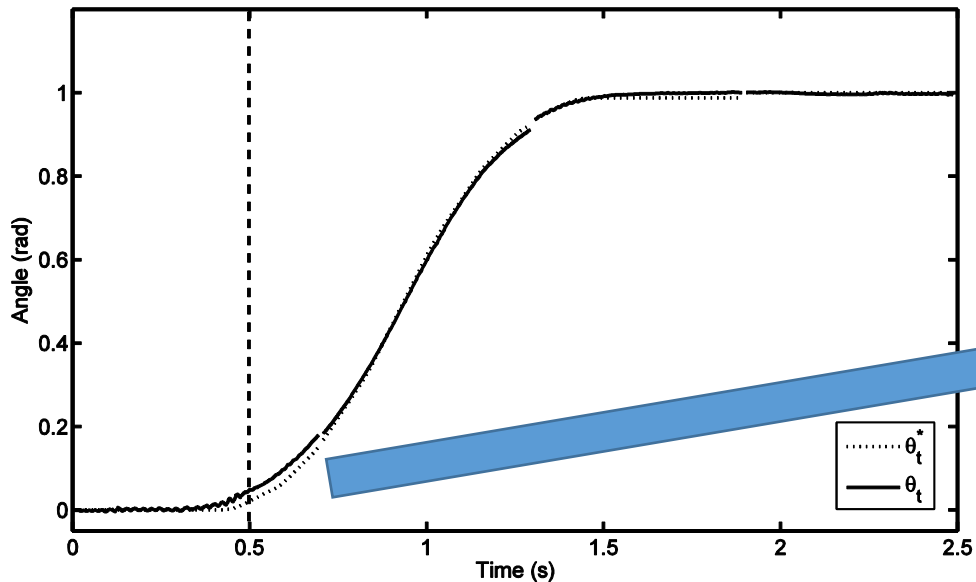




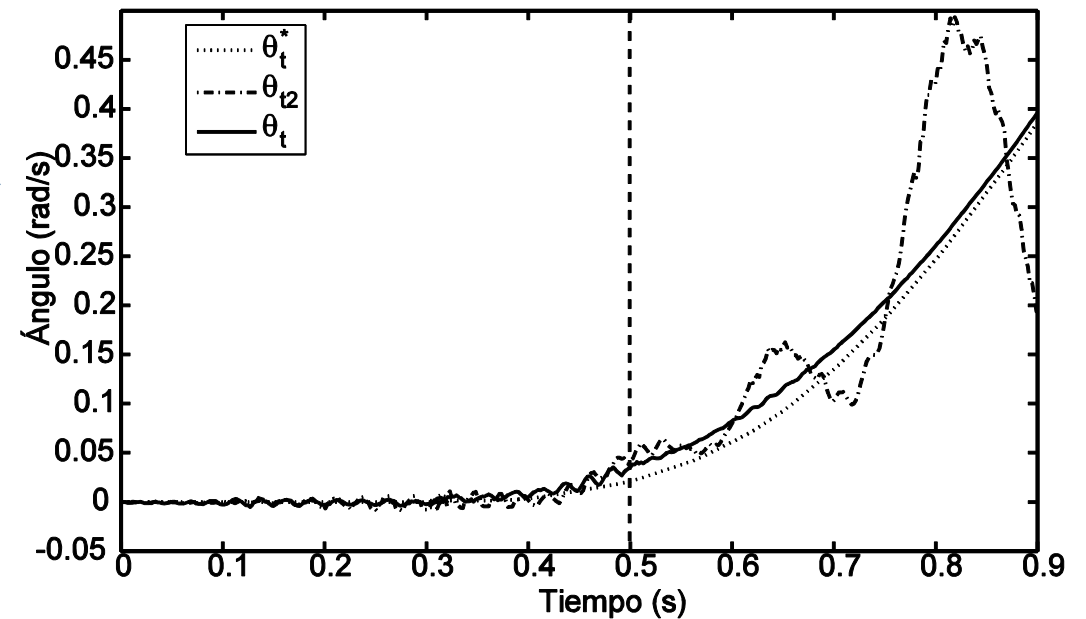
# 4. CONTROL ADAPTATIVO

## 4.4. Resultados experimentales

Ángulo del extremo q



Ángulo del extremo (zoom al comienzo). Supuesto:  $\omega = 9$  rad/s; real:  $\omega = 15.2$  rad/s

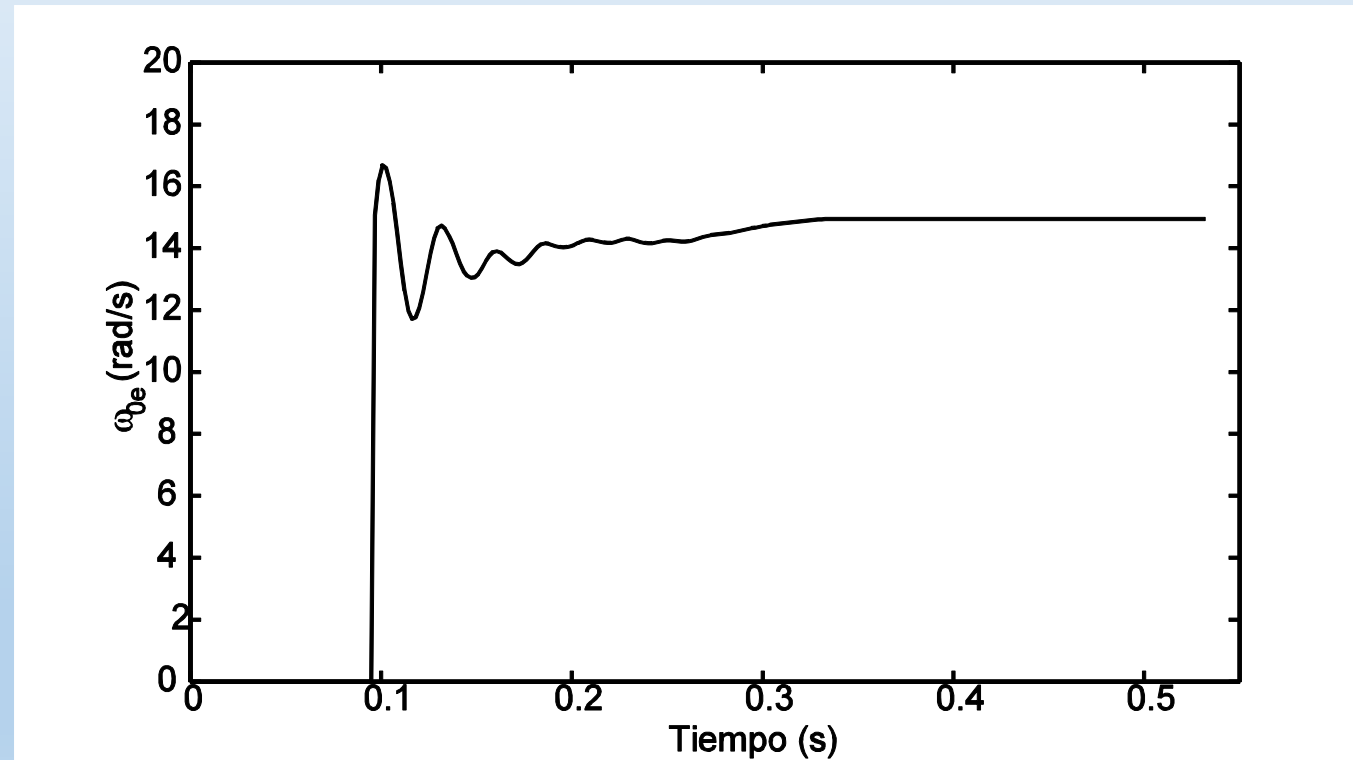




# 4. CONTROL ADAPTATIVO

## 4.4. Resultados experimentales

### Estimación de la frecuencia de vibración





# REFERENCIAS

- [1] V. Feliu, “Robots Flexibles: Hacia una Generación de Robots con Nuevas Prestaciones”, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* (2006) 3(3):24–41.
- [2] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani and G. Oriolo, *Robotics. Modelling, Planning and Control*, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer, 2009.
- [3] C.T. Kiang, A. Spowage and C.K. Yoong, “Review of Control and Sensor System of Flexible Manipulator”, *J Intell Robot Syst* (2015) 77:187–213.
- [4] M. Benosman y G. Le Vey, “Control of flexible manipulators: A survey”. *Robotica* (2004) 22:533-545.
- [5] V. Feliu, A. García and J.A. Somolinos, “Gauge Based Tip Position Control of a New Three-Degree-of-Freedom Flexible Robot”, *International Journal of Robotics Research* (2001) 20(8): 660-675.



# REFERENCIAS

- [6] C.F. Castillo-Berrio, S.N. Engin and V. Feliu, “Design, Dynamic Modelling and Experimental Validation of a 2DOF Flexible Antenna Sensor”, *International Journal of Systems Science* (2014) 45(4): 714-727.
- [7] D. Feliu and V. Feliu, “Improving the position control of a two degrees of freedom robotic sensing antenna using fractional-order controllers”, *International Journal of Control* (2017) 90(6): 1256-1281.
- [8] V. Feliu, “Robust isophase margin control of oscillatory systems with large uncertainties in their parameters: A fractional-order control approach”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* (2017) 27(12): 2145-2164.
- [9] H.K. Khalil, *Nonlinear Systems* (2000) Pearson Education, New Jersey (USA).



# REFERENCIAS

- [10] D. Wang and M. Vidyasagar, “Passive Control of a Single Flexible Link”, *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, Cincinnati (USA), May 1990: 1432–1437.
- [11] D. Wang and M. Vidyasagar, “Passive Control of a Stiff Flexible Link”, *International Journal of Robotics Research* (1992) 11(6): 572-578.
- [12] V. Feliu, E. Pereira and I.M. Díaz, ““Passivity-Based Control of Single-Link Flexible Manipulators using a Linear Strain Feedback”, *Mechanism and Machine Theory* (2014) 71: 191-208.
- [13] J. Beccedas, J.R. Trapero, V. Feliu, and H. Sira-Ramírez, “Adaptive Controller for Single-Link Flexible Manipulators Based on Algebraic Identification and Generalized Proportional Integral Control”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part B* (2009) 39(3): 735-751.



# CONTROL DEL CONTACTO





# ÍNDICE



1. Dinámica
  - 1.1. Un esquema realimentado
  - 1.2. Dinámica de la estructura flexible
  - 1.3. Modelo del contacto
  - 1.4. Modelo del impacto
  - 1.5. Ejemplo: contacto en un punto intermedio de un eslabón con una masa concentrada en su extremo
2. Detección del impacto
  - 2.1. Dispositivos electrónicos
  - 2.2. Procesado de señales



# ÍNDICE



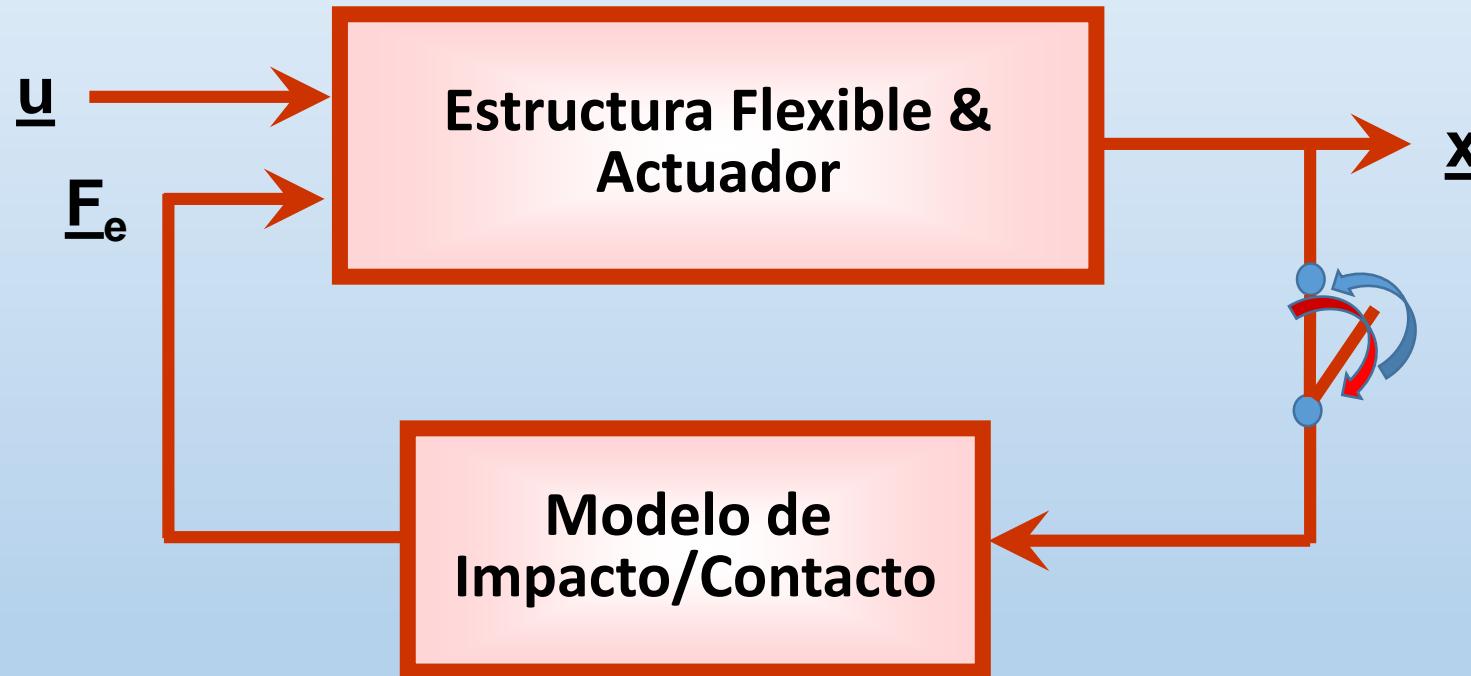
3. Control del contacto
  - 3.1. Control híbrido posición-fuerza
  - 3.2. Control de rebotes
4. Ejemplos
  - 4.1. Control de fuerza
  - 4.2. Control de fuerza con rebotes
  - 4.3. Manejo de objetos frágiles
5. Conclusiones



# 1. DINÁMICA

## 1.1. Un esquema realimentado

### Esquema del modelo dinámico



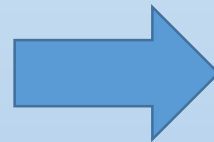


# 1. DINÁMICA

## 1.1. Un esquema realimentado

### Transiciones entre modelos dinámicos sin rebotes

$$\frac{dX_f(t)}{dt} = A_f \cdot X_f(t) + B_f \cdot v(t)$$
$$y_f(t) = C_f \cdot X_f(t)$$



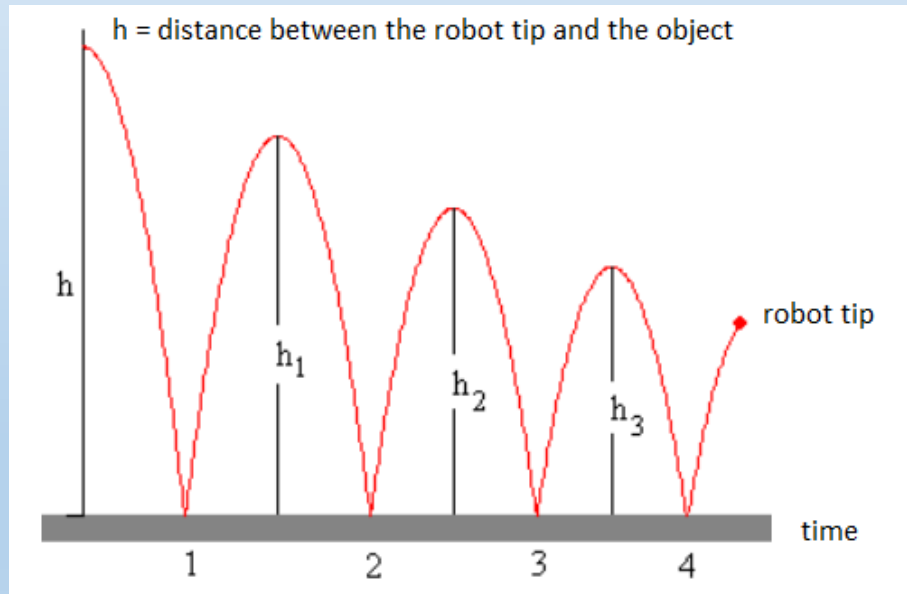
$$\frac{dX_c(t)}{dt} = A_c \cdot X_c(t) + B_c \cdot v(t)$$
$$y_c(t) = C_c \cdot X_c(t)$$



# 1. DINÁMICA

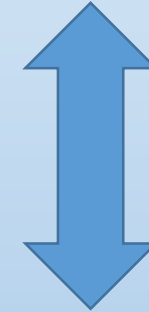
## 1.1. Un esquema realimentado

### Transiciones entre modelos dinámicos con rebotes



$$\frac{dX_f(t)}{dt} = A_f \cdot X_f(t) + B_f \cdot v(t)$$
$$y_f(t) = C_f \cdot X_f(t)$$

Modelo de  
impacto



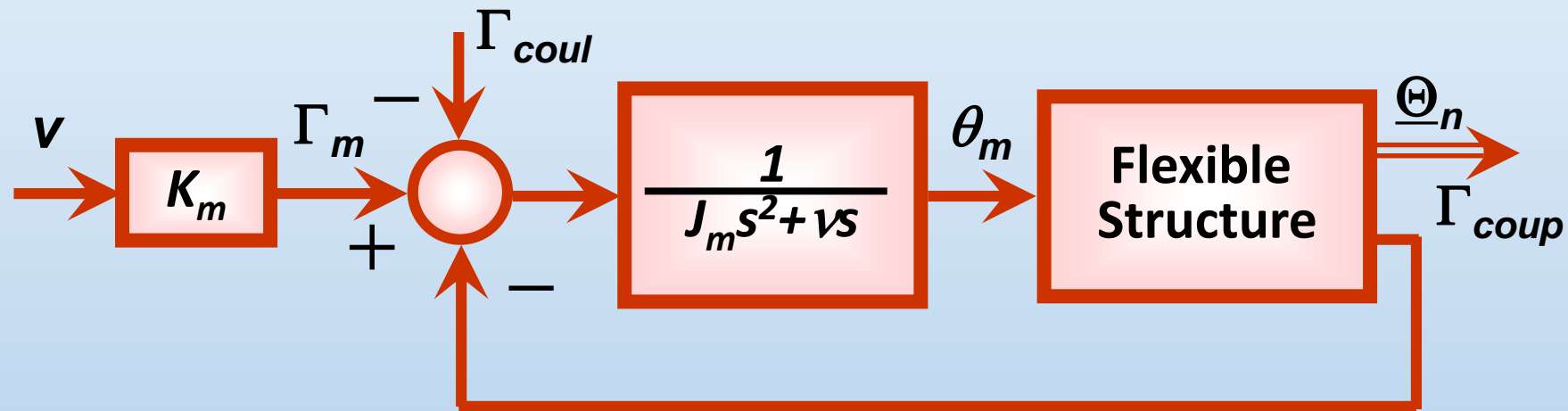
$$X_f(t_c^-) \rightarrow X_f(t_c^+)$$



# 1. DINÁMICA

## 1.1. Un esquema realimentado

### Estructura flexible & modelo del actuator



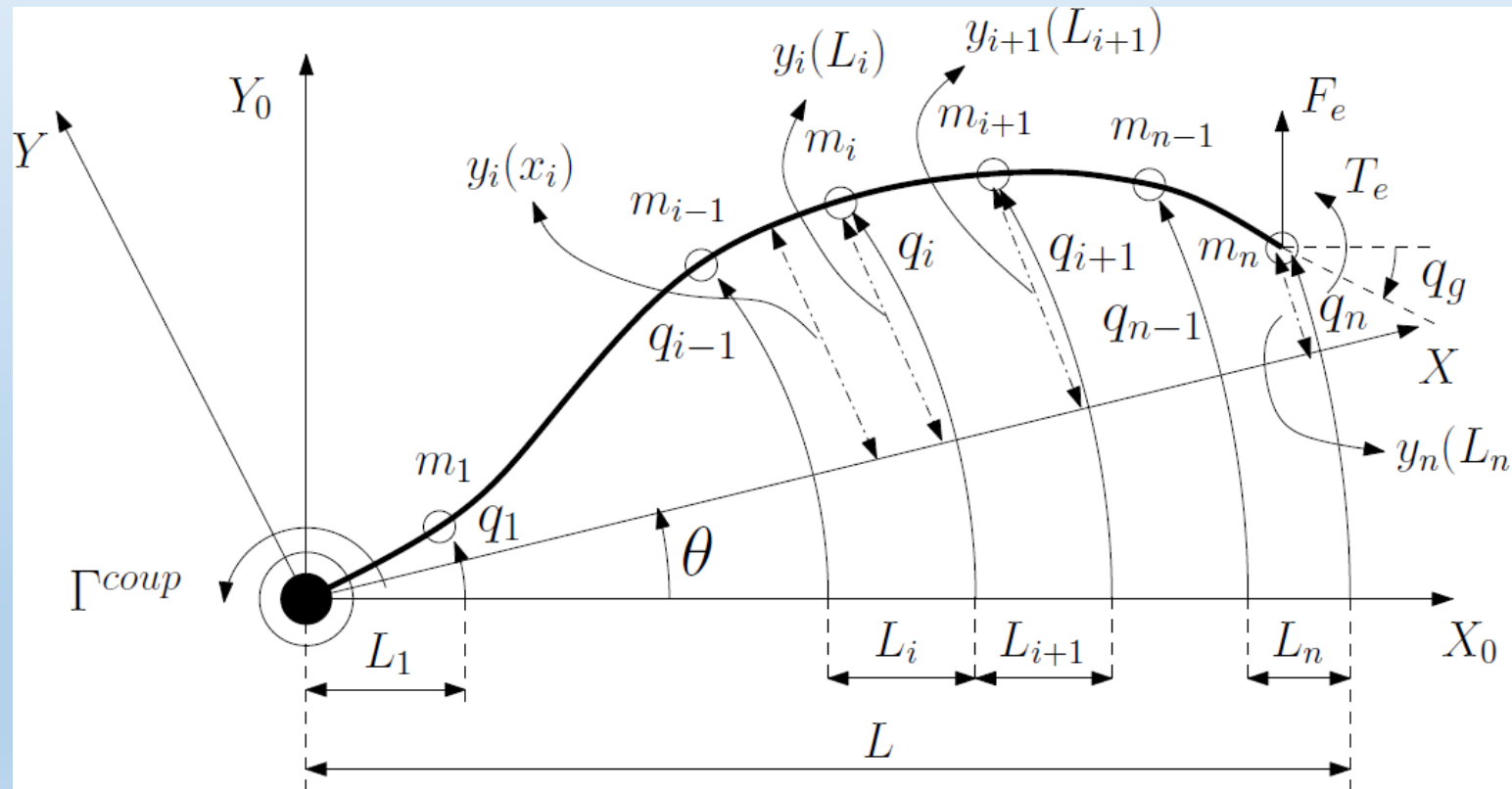
$$K_m V = \Gamma_m = J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + v \frac{d\theta_m}{dt} + \Gamma_{coul} + \Gamma_{coup}$$



# 1. DINÁMICA

## 1.2. Dinámica de la estructura flexible

Contacto en el extremo de un eslabón flexible de masas concentradas<sup>[1]</sup>







# 1. DINÁMICA

## 1.2. Dinámica de la estructura flexible

Contacto en el extremo de un eslabón flexible de masas concentradas<sup>[1]</sup>

$$M \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = E \cdot I \cdot A \cdot [Q - U \cdot \theta] + P \cdot T_e + R \cdot F_e$$

$$\Gamma^{coup} = H \cdot (Q - U \cdot \theta) + h \cdot T_e$$

$$U = (11 \dots 11)^T$$

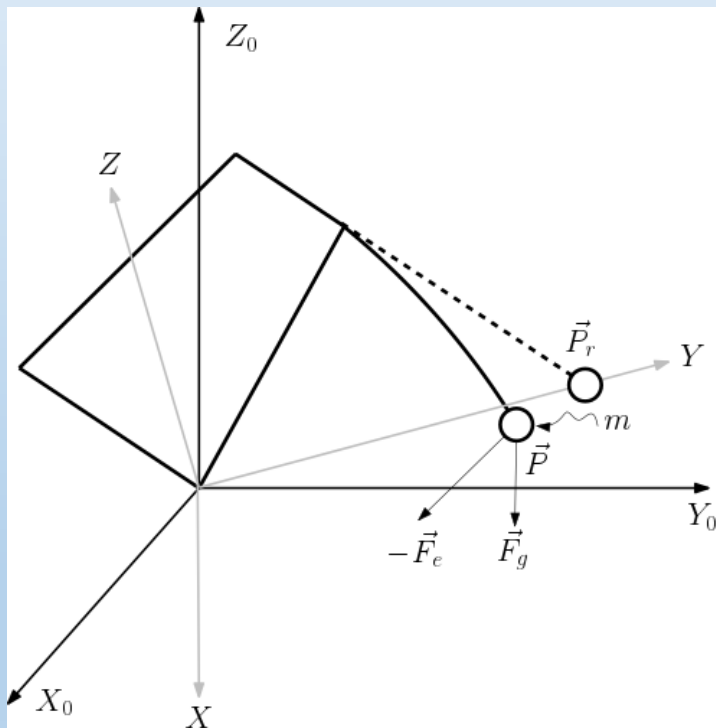
$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n)$$



# 1. DINÁMICA

## 1.2. Dinámica de la estructura flexible

Contacto en el extremo de un robot flexible de 3 GDL y 2 eslabones con una masa concentrada en el extremo<sup>[2]</sup>



$$m \cdot \ddot{\vec{p}} = K \cdot (\vec{p}_r - \vec{p}) + \vec{F}_g$$



$$m \cdot \ddot{\vec{p}} = K \cdot (\vec{p}_r - \vec{p}) + \vec{F}_g - \vec{F}_e$$

$$\Gamma^{coup*} = K \cdot (\vec{p}_r^* - \vec{p}^*)$$

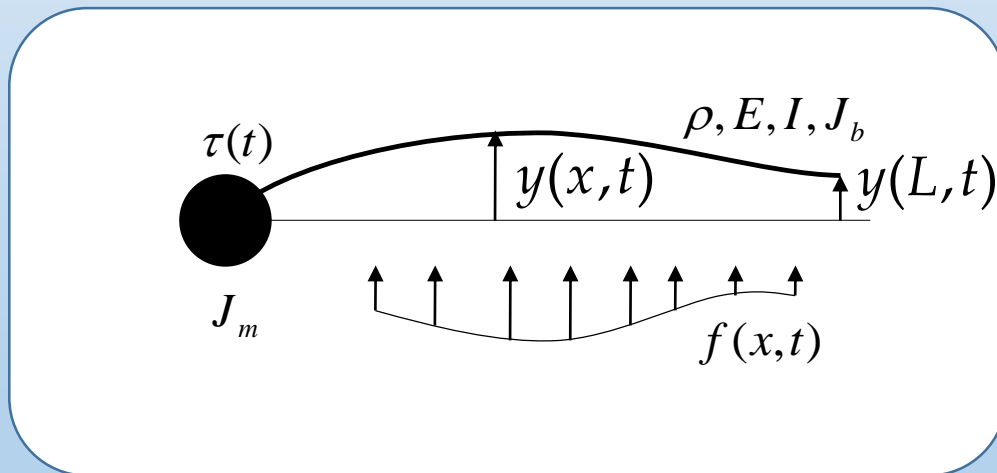


# 1. DINÁMICA

## 1.2. Dinámica de la estructura flexible

### Contacto distribuido en un eslabón flexible de masa distribuida

Ecuación de la elástica de Euler-Bernouilli<sup>[3]</sup> :



#### Ecuaciones

$$\rho \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + b \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial t^4} = f(x,t)$$

#### Condiciones de contorno

$$y(0,t) = 0$$

$$J_T \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \right) \Big|_{x=0} - EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \tau(t)$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0$$



# 1. DINÁMICA

## 1.3. Modelo del contacto

$$F = F_c(\delta) + F_v(\delta, \dot{\delta}) + F_p(\delta, \dot{\delta})$$

$F$  = fuerza de contacto

$\delta$  = deformación elástica

$F_c$  = componente elástica (conservativa):  $F_c = K_e \cdot \delta$  ó  $F_c = K_e \cdot \delta^{3/2}$ .

$F_v$  = componente de amortiguamiento viscoso (disipativa):  $F_v = v_e \cdot d\delta/dt$

$F_p$  = componente disipativa de  $F$  causada por la *deformación plástica*  
(no se considera en los estudios habituales)



# 1. DINÁMICA

## 1.4. Modelo del impacto

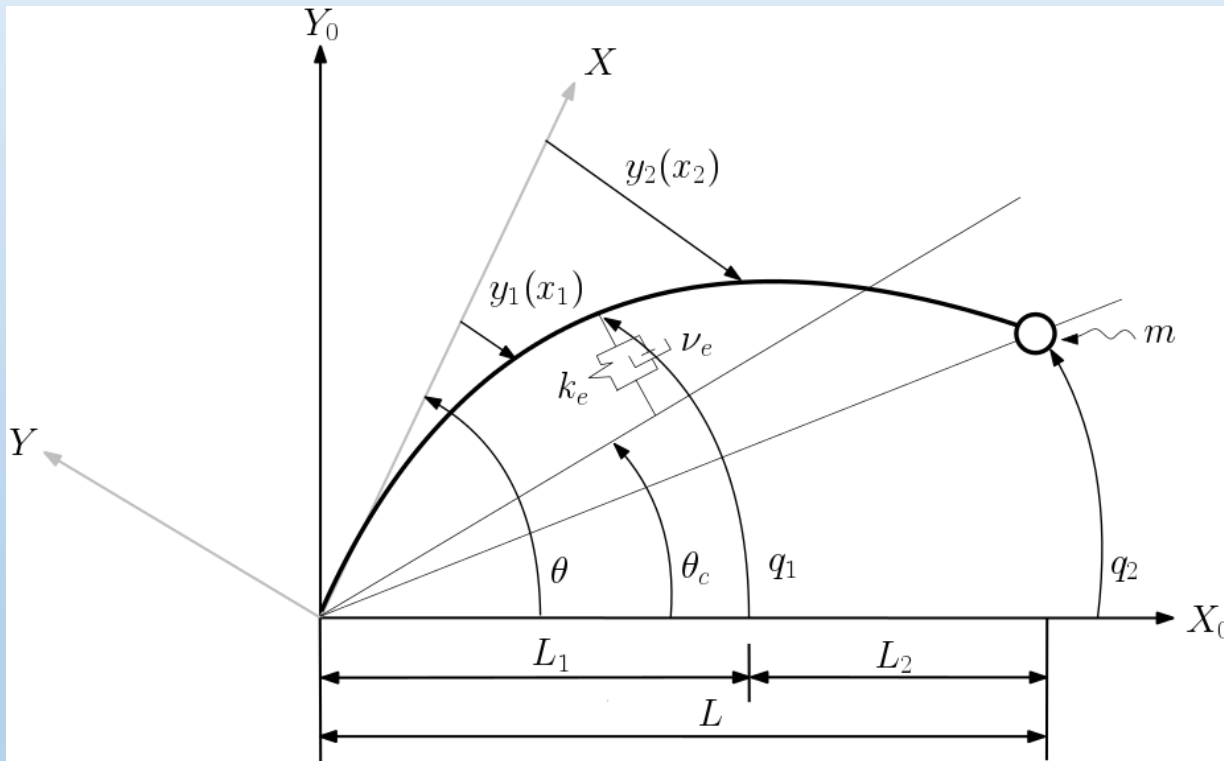
### MECÁNICA CLÁSICA:

- Leyes fundamentales de la mecánica: del impulso y del impulso angular.
- Permite calcular las velocidades de los objetos después de la colisión.
- La pérdida de energía producida en el impacto se tiene en cuenta mediante el **coeficiente de restitución**:  $V(t_c^+) = -e \cdot V(t_c^-)$
- Este enfoque no permite calcular las fuerzas que aparecen durante el contacto.



# 1. DINÁMICA

## 1.5. Ejemplo: contacto en un punto intermedio de un eslabón con una masa concentrada en su extremo<sup>[4]</sup>



Definiendo variables incrementales:

$$\Delta\theta = \theta - \theta_c$$

$$\Delta q_1 = q_1 - \theta_c$$

$$\Delta q_2 = q_2 - \theta_c$$

**Impedancia mecánica del objeto contactado**

$$F_c = -F_e = -L_1 \cdot K_e \cdot \Delta q_1 - L_1 \cdot v_e \cdot \frac{d\Delta q_1}{dt}$$



# 1. DINÁMICA

## 1.5. Ejemplo: contacto en un punto intermedio de un eslabón con una masa concentrada en su extremo<sup>[4]</sup>

$$\begin{pmatrix} K_e \cdot \Delta q_1 + v_e \cdot \frac{d\Delta q_1}{dt} \\ m \cdot \frac{d^2 \Delta q_2}{dt^2} \end{pmatrix} = \frac{2 \cdot c}{L^2} \cdot \begin{pmatrix} -2 & \lambda \cdot (3 - \lambda) \\ \lambda^3 \cdot (3 - \lambda) & -2 \cdot \lambda^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta q_1 - \Delta \theta \\ \Delta q_2 - \Delta \theta \end{pmatrix}$$

$$K = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L}, \quad c = K^{-1}$$

$$\Gamma^{coup} = \frac{2 \cdot c}{\lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot (4 - \lambda)} \cdot (\lambda - 2 \quad \lambda) \cdot \begin{pmatrix} \Delta q_1 - \Delta \theta \\ \Delta q_2 - \Delta \theta \end{pmatrix}$$



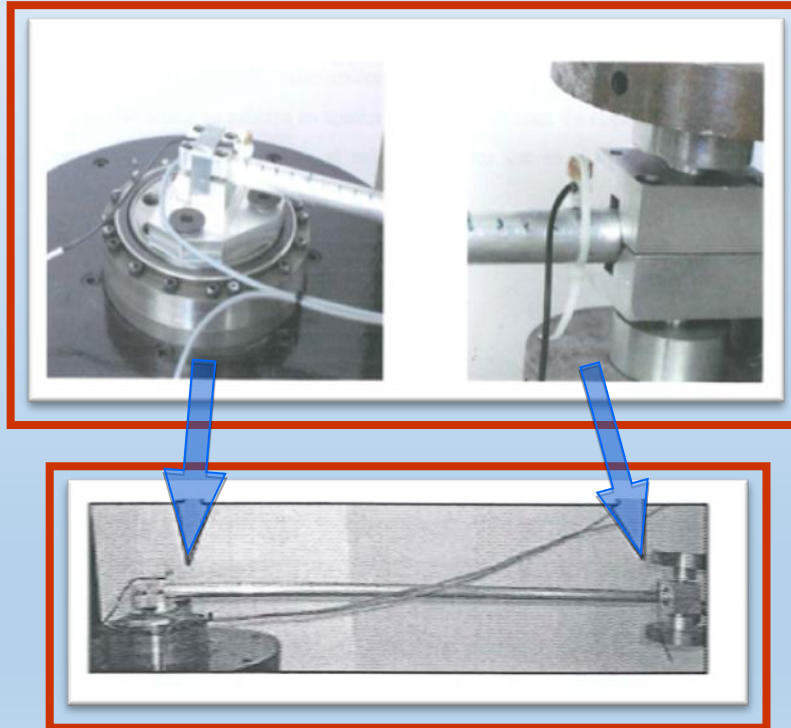


## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

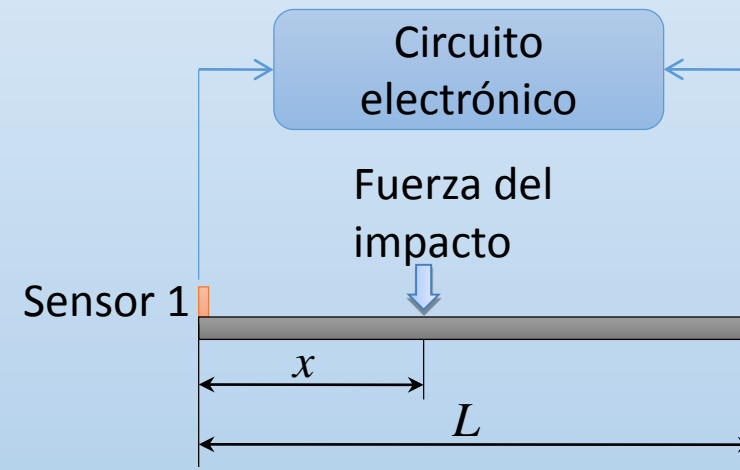
### 2.1. Dispositivos electrónicos

#### Estimación del instante y punto del impacto (en estructuras)

Ensamblado del sistema



Esquema del sistema

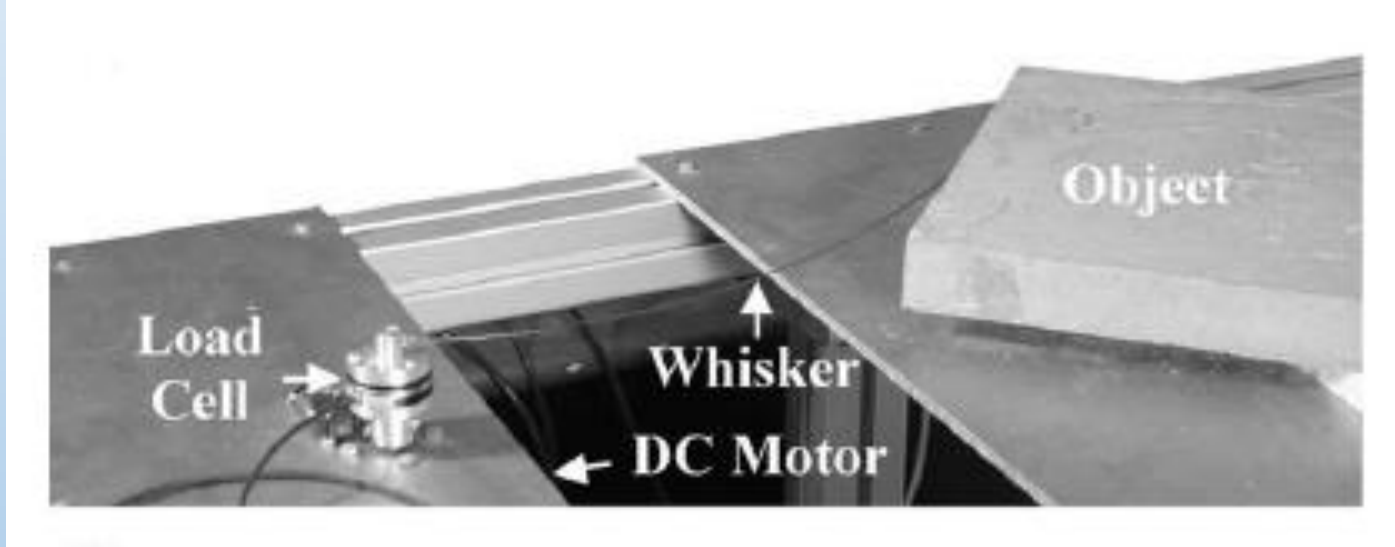




## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

**Estimación del punto de contacto a partir de medidas estáticas (bigotes y antenas)<sup>[5]</sup>**



$$\frac{dx}{ds} = \cos(\alpha)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin(\alpha) \cos(\beta)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin(\alpha) \sin(\alpha)$$

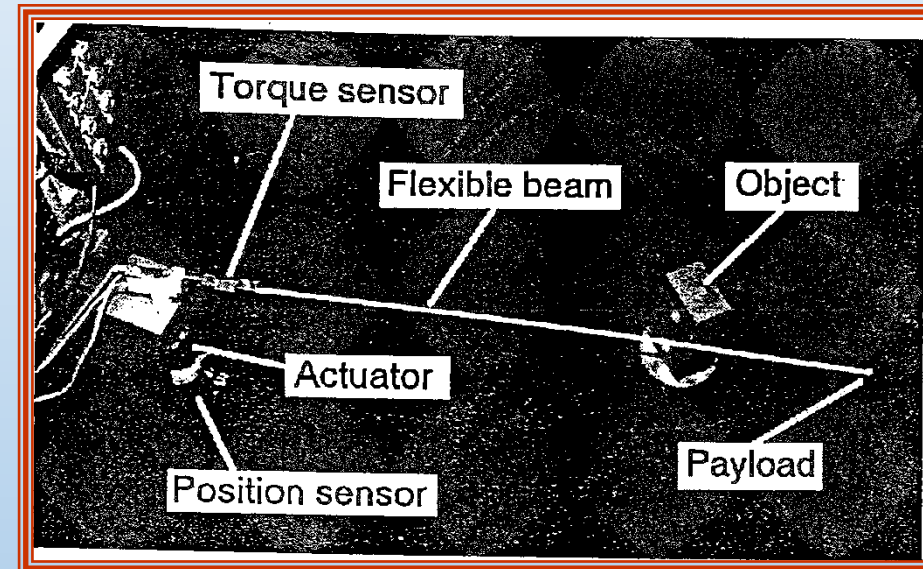
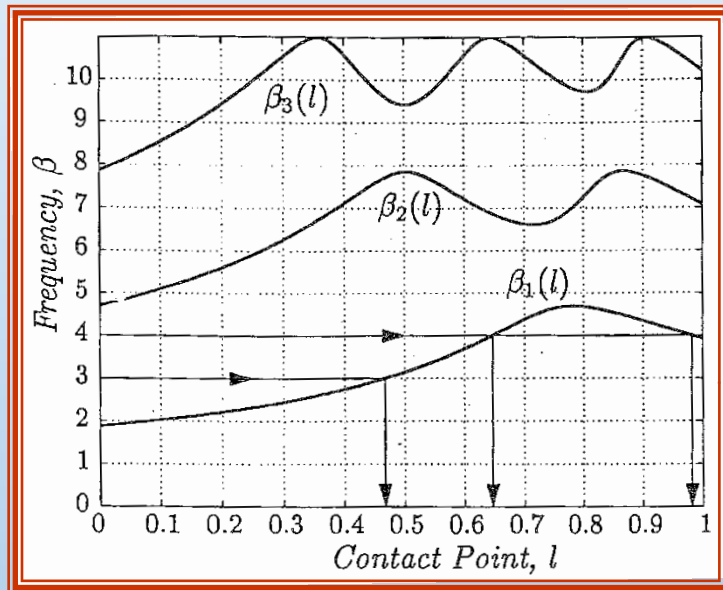
$$EI \frac{d\alpha}{ds} = M_s$$



## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

**Estimación del instante y punto del impacto a partir de medidas dinámicas (bigotes y antenas)<sup>[6]</sup>**



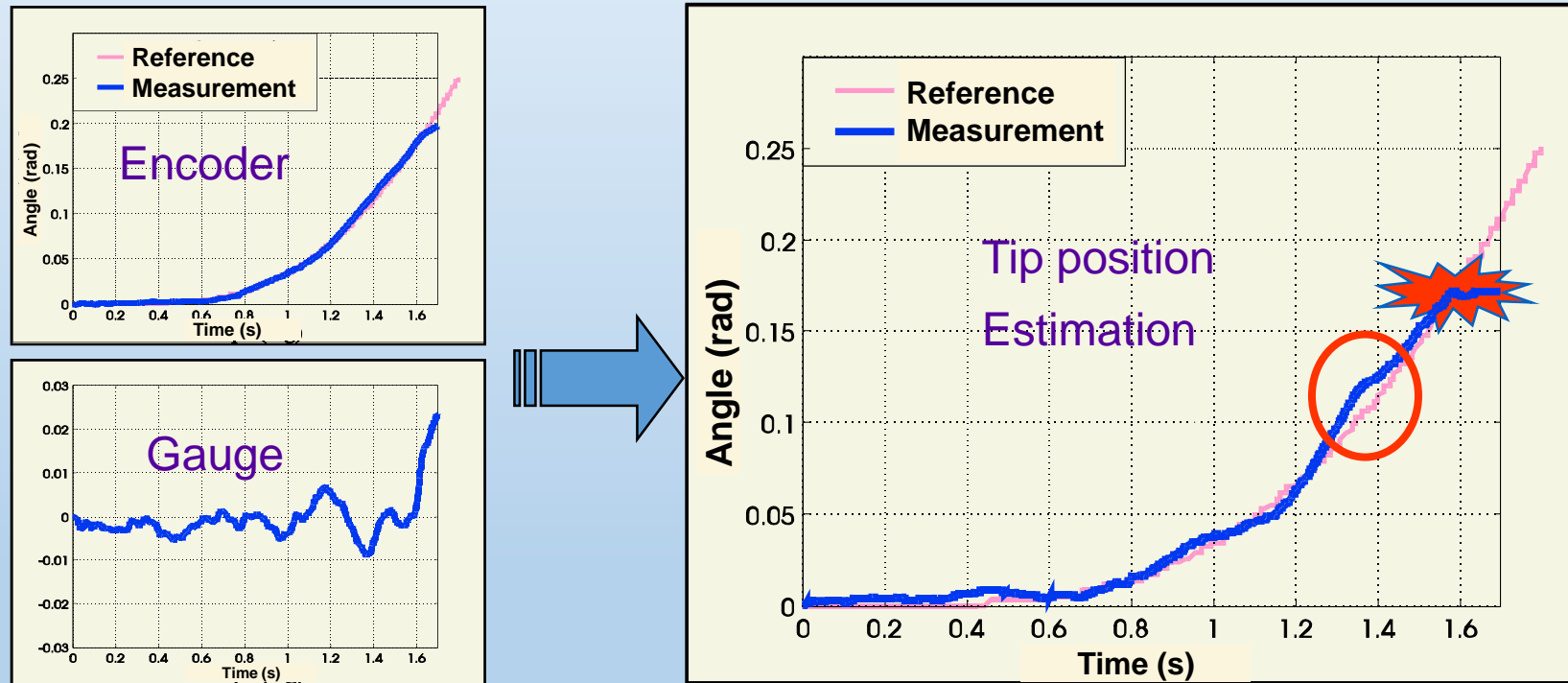
**Estimador de las frecuencias por el método de la máxima entropía (MEM)**



## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

Estimación del instante del impacto (se conoce el punto)  
a partir de estimaciones de la posición del extremo<sup>[2]</sup>





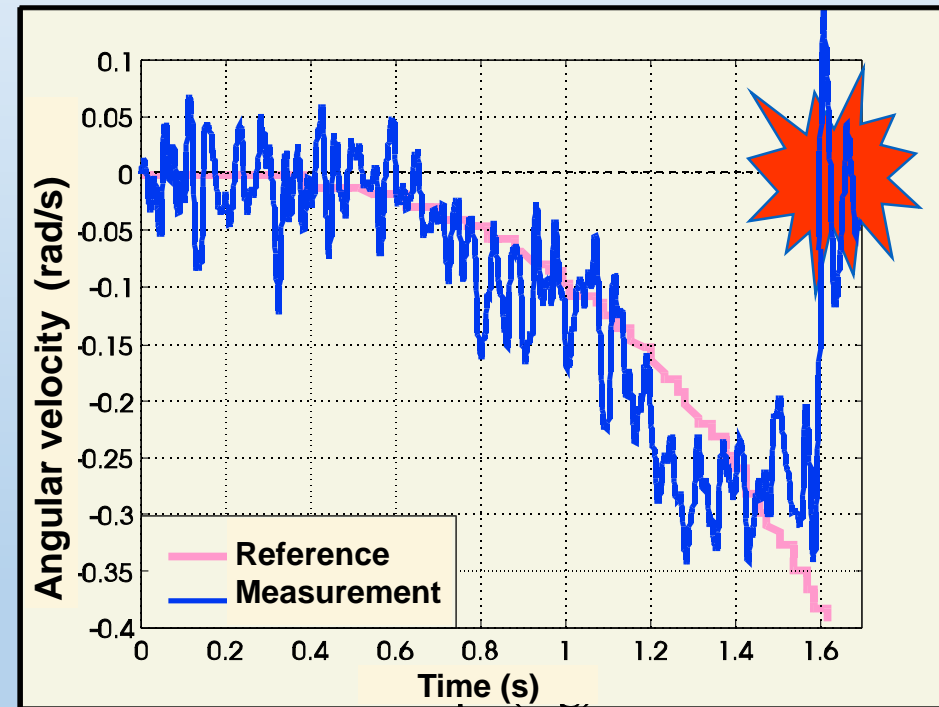
## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

Estimación del instante del impacto (se conoce el punto)  
a partir de estimaciones de la velocidad del extremo<sup>[2]</sup>

$$|\dot{\theta}_t| < \zeta$$

$$|\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_t^*| > \varepsilon$$

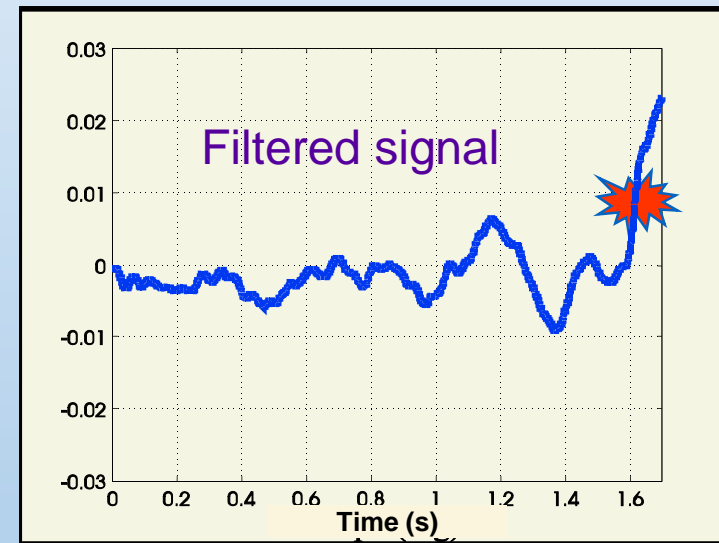
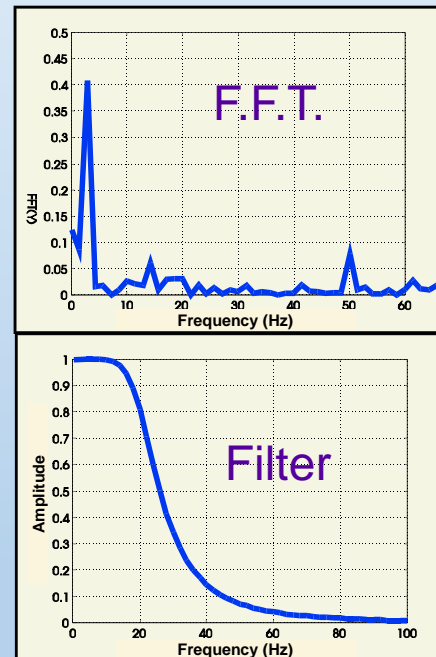
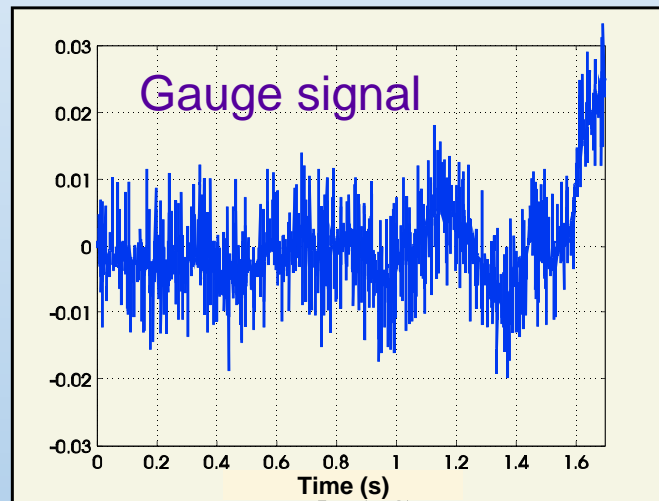




## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

Estimación del instante del impacto (se conoce el punto)  
a partir de medidas de las galgas extensiométricas<sup>[2]</sup>





## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

#### Estimación del instante y punto del impacto a partir de medidas de las galgas extensiométricas<sup>[7]</sup>

Vector de errores residuales entre los pares medidos en la base y los estimados:

$$r(t) = \vec{\Gamma}_{s'}(t) - \left( \vec{\Psi}_{s'}(t) + \vec{\Gamma}_{s'}^g(t) \right)$$

$r^f(t)$  es el resultado de pasar el vector  $r(t)$  a través de un filtro lineal  $F(s) = 1/(1+0.004s)$  y  $r_m^f(t)$  es el modulo del vector  $r^f(t)$ :

$$\left| \frac{dr_m^f(t)}{dt} \right| > \epsilon$$

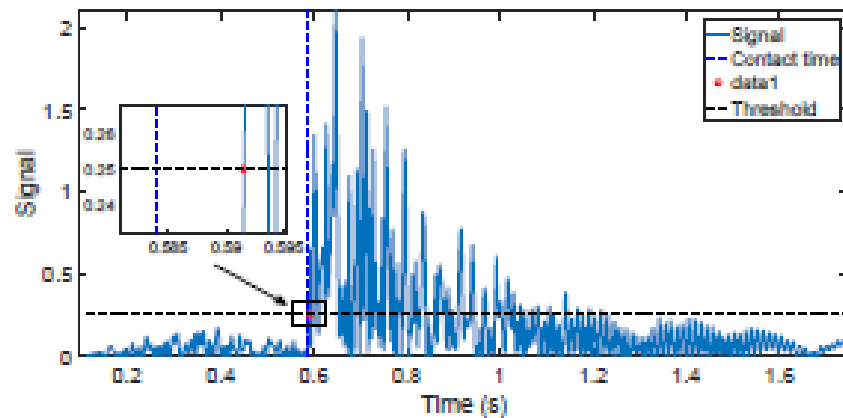




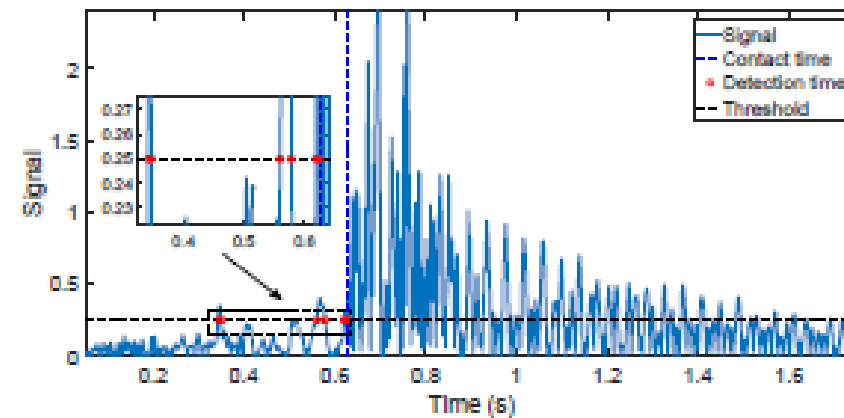
## 2. DETECCIÓN DEL IMPACTO

### 2.2. Procesado de señales

Estimación del instante y punto del impacto a partir de medidas de las galgas extensiométricas<sup>[7]</sup>



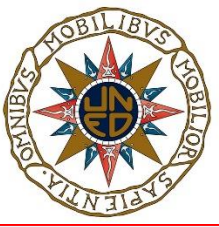
(a)



(b)

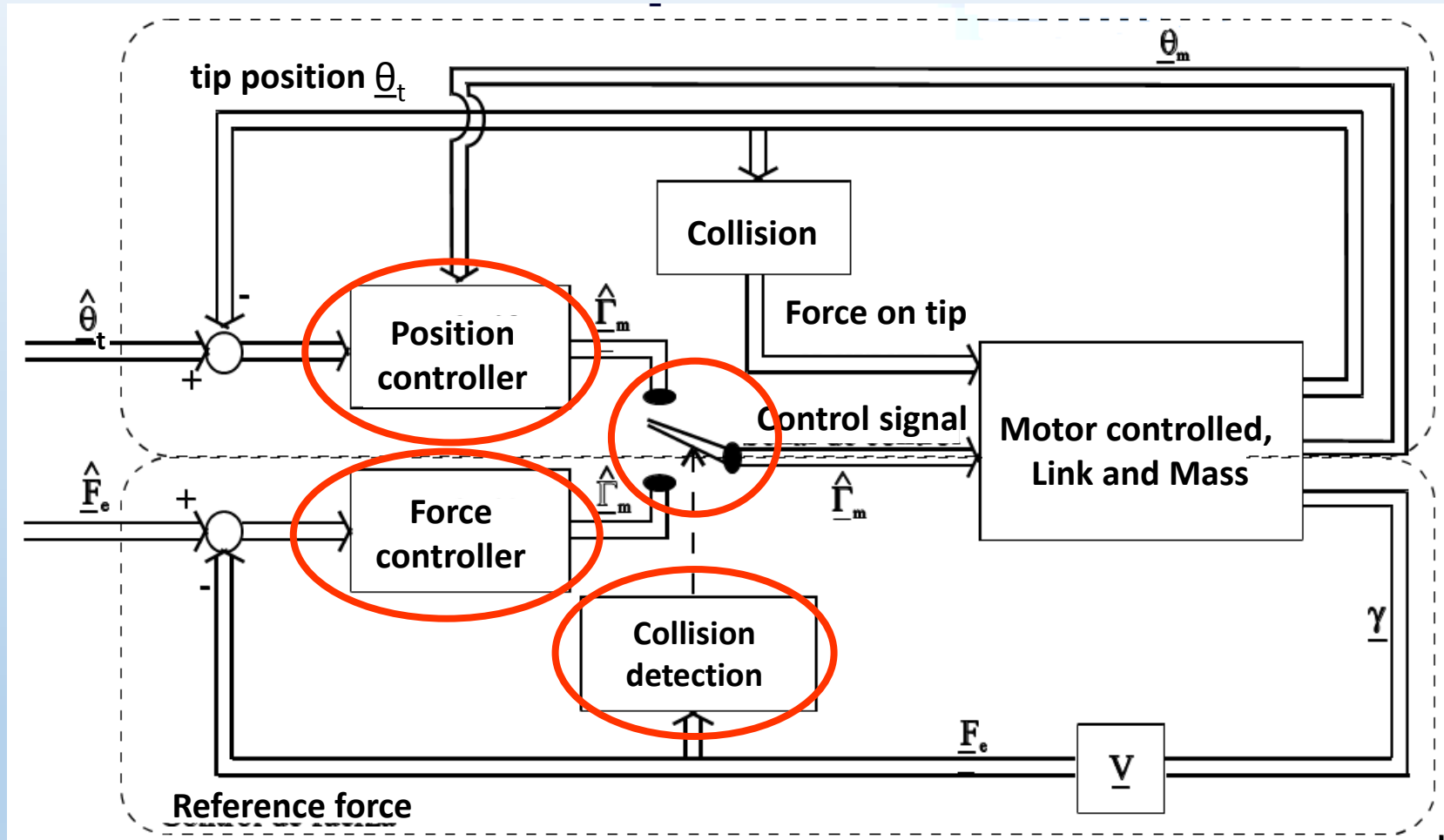
Figure 13.  $\left| \frac{dr_m^f(t)}{dt} \right|$  in the cases of: (a) complete control; (b) only inner loop.

Retraso en la detección del instante del impacto: en torno a 5 ms



# 3. CONTROL DEL CONTACTO

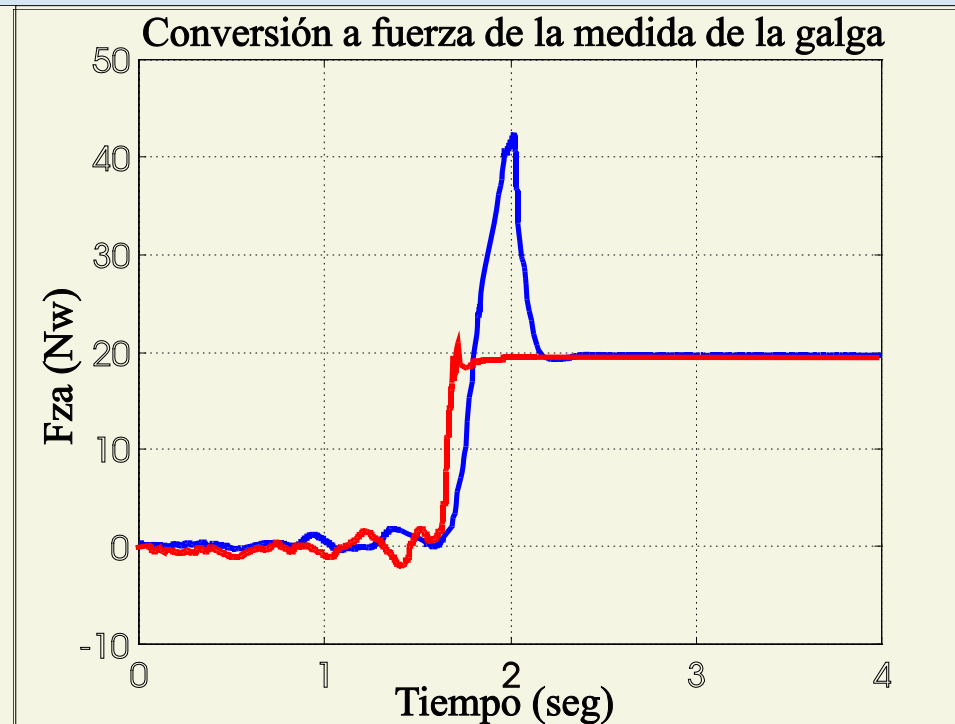
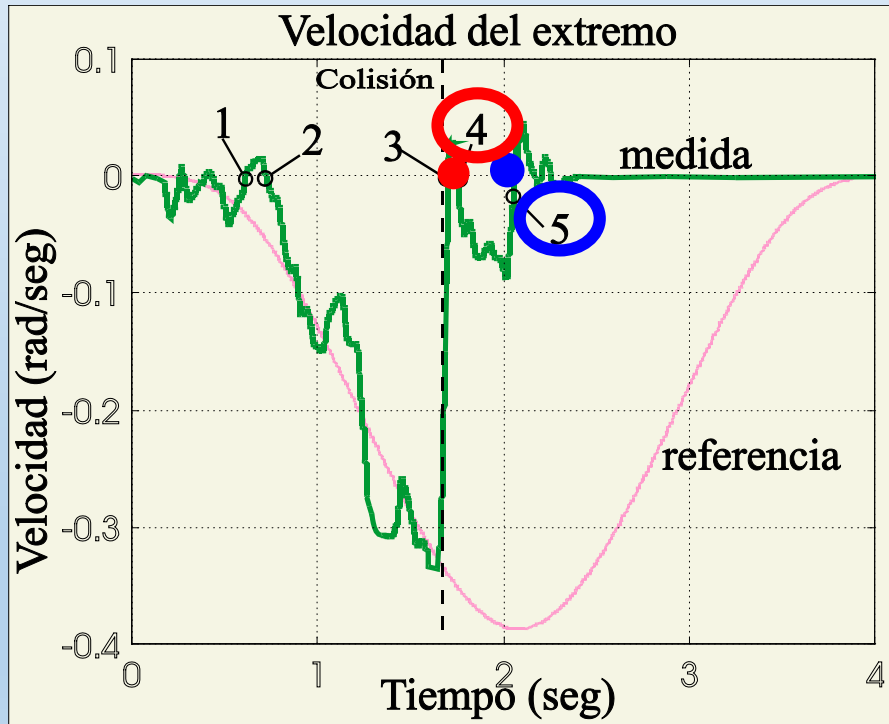
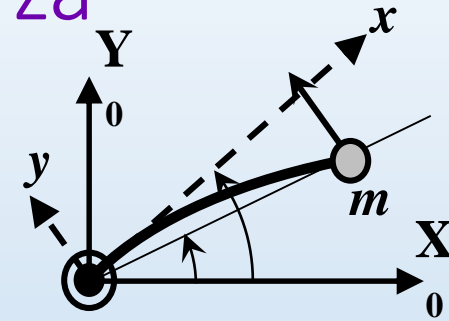
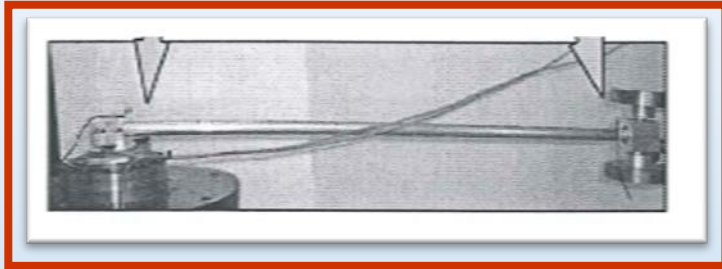
## 3.1. Control híbrido posición-fuerza<sup>[8],[9]</sup>





# 3. CONTROL DEL CONTACTO

## 3.2. Control híbrido posición-fuerza [9]





## 3. CONTROL DEL CONTACTO

### 3.3. Control de fuerza con rebotes

#### **SISTEMAS HÍBRIDOS: Control multimodelo<sup>[10],[11]</sup>**

Consider a multimodel system composed of  $n$  fractional-order subsystems, whose transfer functions  $H_i(s)$ ,  $1 \leq i \leq n$  switch among them at unpredictable instants. Then this system is quadratically stable (i.e. there exists a Lyapunov function which guarantees the stability) if it were verified that:

1. All the  $H_i(s)$  are of the same order.
2. All the  $H_i(s)$  are quadratically stable.
3. It is fulfilled that

$$|\arg(H_{ld}(j\omega)) - \arg(H_{kd}(j\omega))| < \frac{\pi}{2}, \quad \forall \omega, \quad \forall l, k, \quad 1 \leq l, k \leq n \quad (40)$$

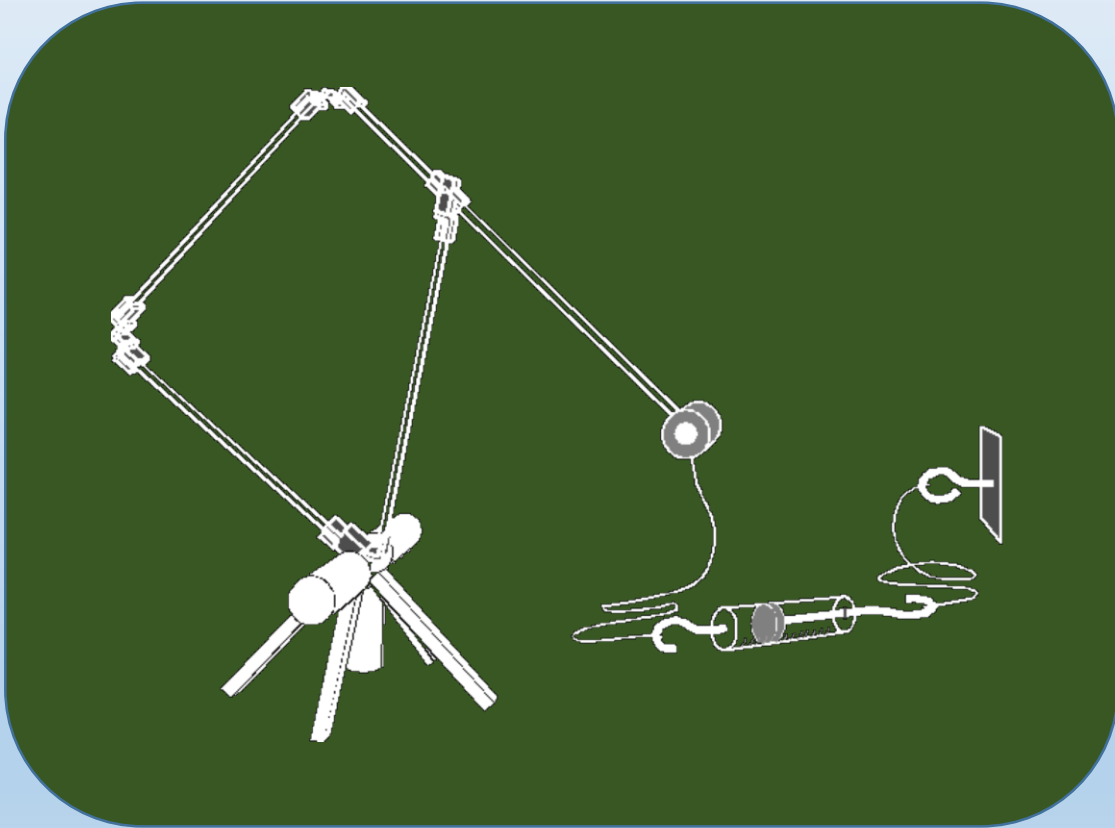
where  $H_{ld}(s)$  and  $H_{kd}(s)$  are the denominators of  $H_l(s)$  and  $H_k(s)$ , respectively.



## 4. EJEMPLOS

### 4.1. Control de fuerza

#### Experimento<sup>[12]</sup>



#### Tareas:

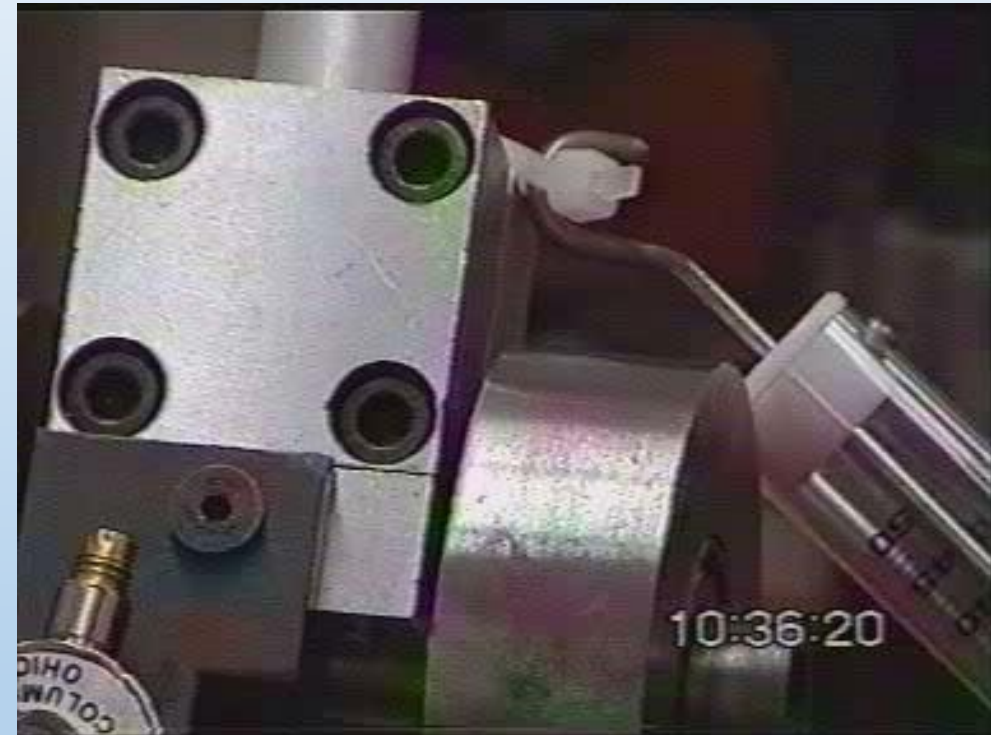
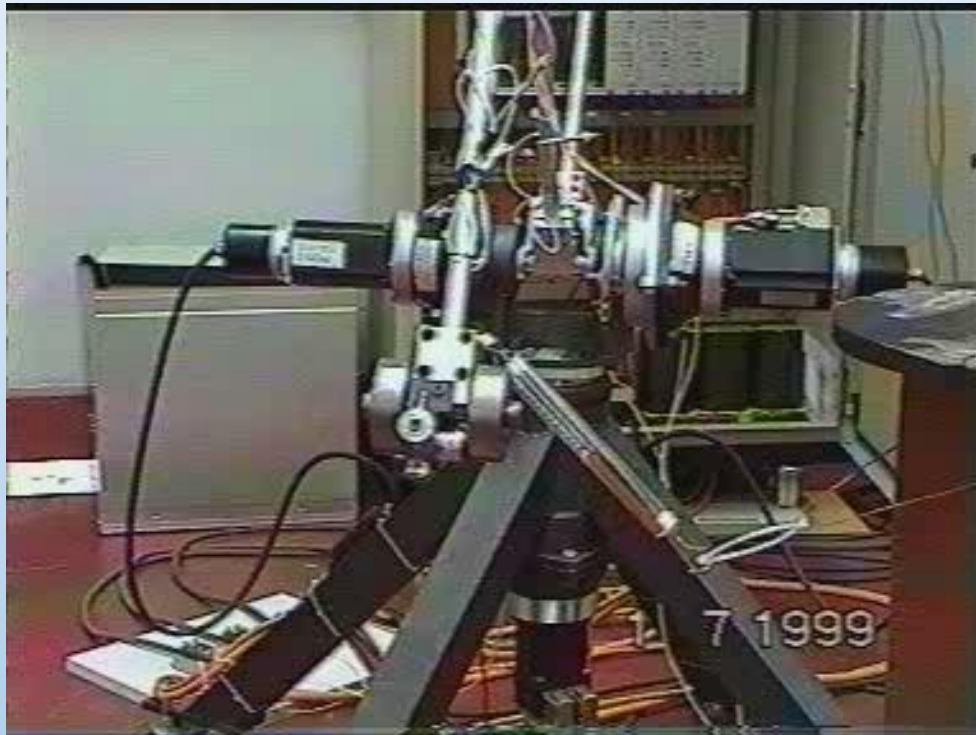
- Detectar el instante del impacto.
- Estimar la dirección del impacto.
- Conmutar a un sistema de control híbrido posición-fuerza en el que la referencia es:
  - a) Una fuerza de 10 Nw en la dirección del impacto.
  - b) Movimientos solo en la dirección del impacto.



# 4. EJEMPLOS

## 4.1. Control de fuerza

### Experimento



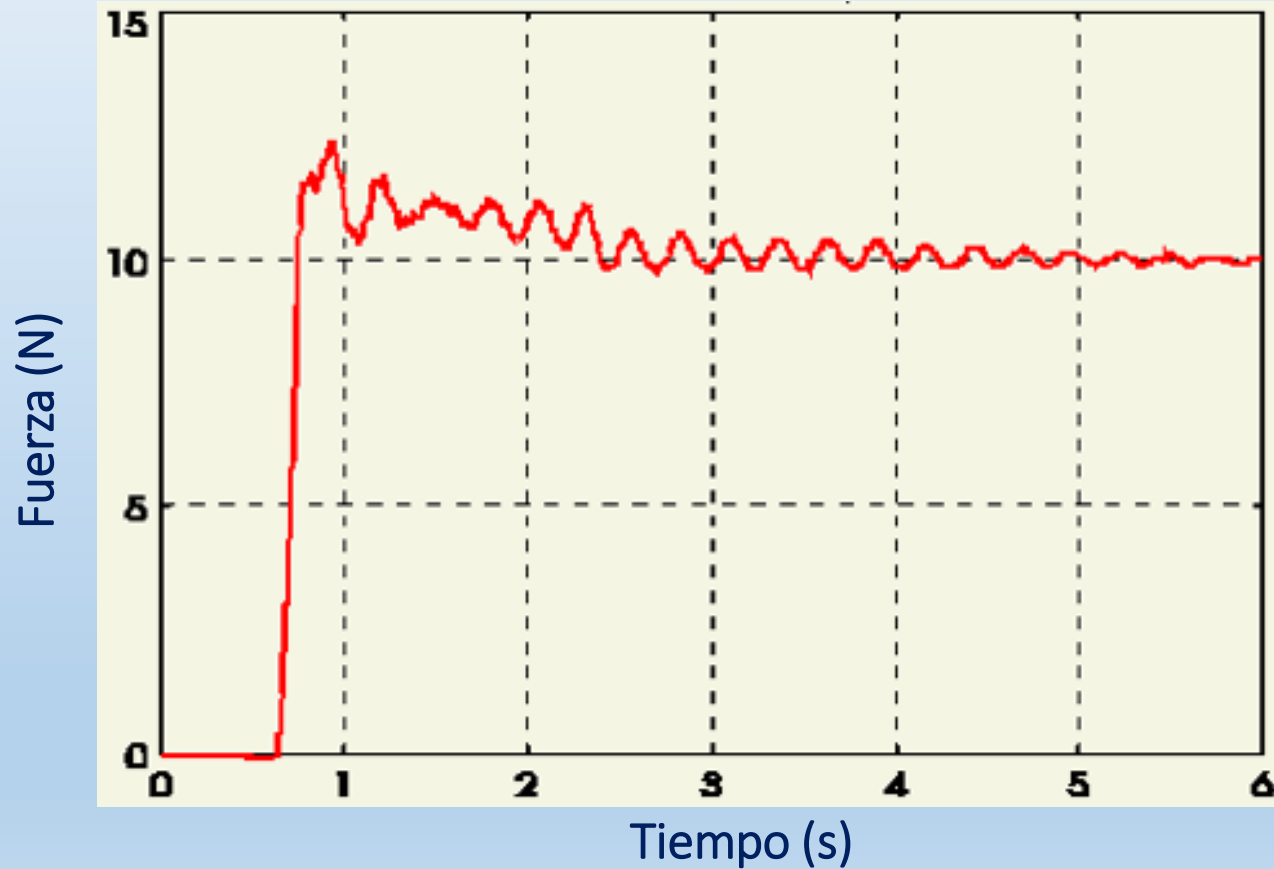


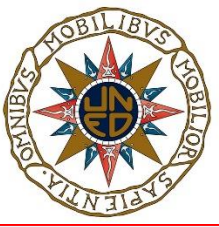


## 4. EJEMPLOS

### 4.1. Control de fuerza

Medida de la fuerza en el extremo del robot dada por el dinamómetro

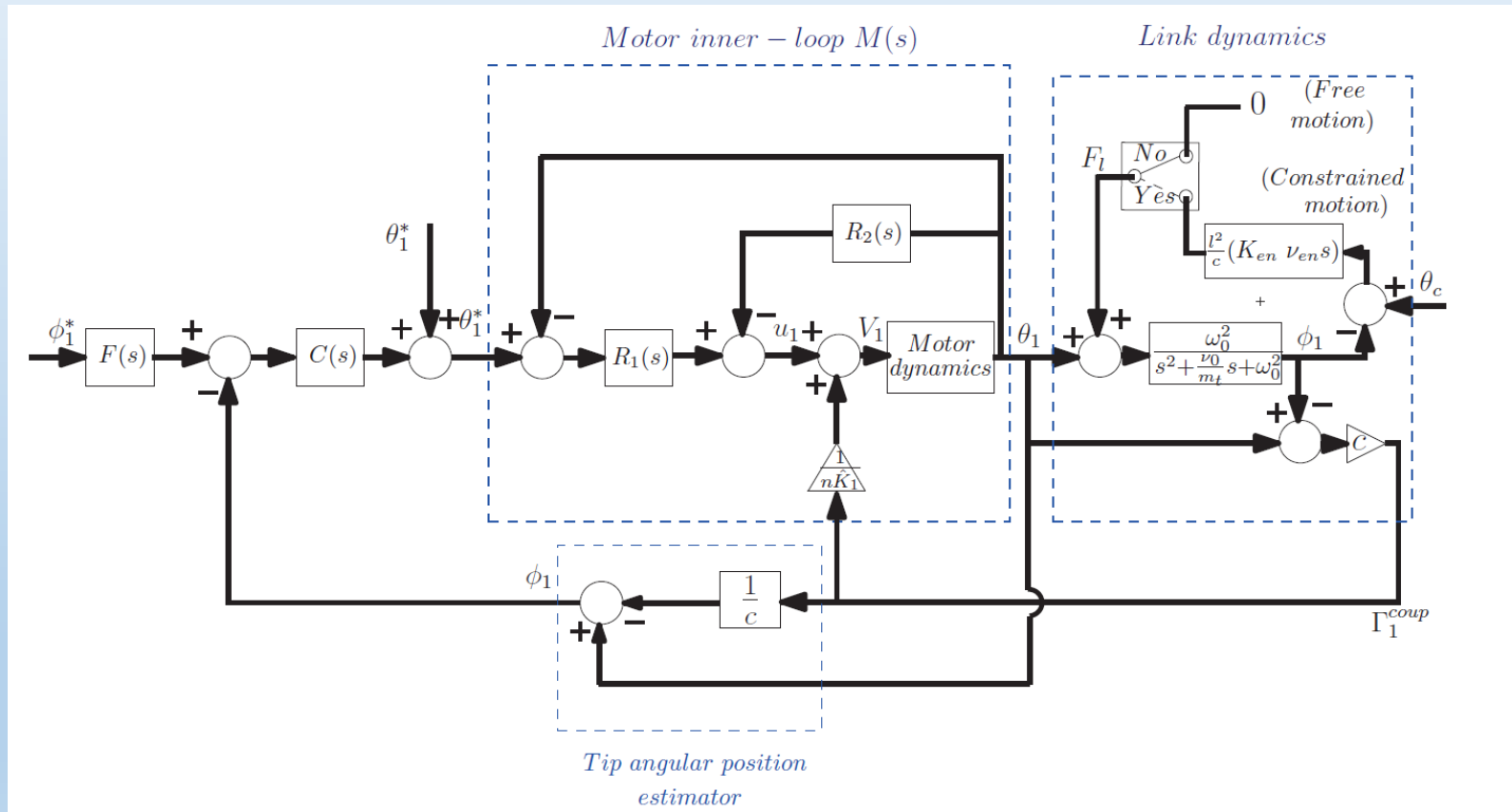




# 4. EJEMPLOS

## 4.2. Control de fuerza con rebotes

**Sistema de control único: solo se cambian las referencias<sup>[13]</sup>**







## 4. EJEMPLOS

### 4.2. Control de fuerza con rebotes

#### Regulador del lazo externo

$$C_i(s) = \frac{k_d s + k_p}{(1 + \mu s)^2}$$

$$C_f(s) = \frac{k_f s^\alpha}{(1 + \mu s)^2}$$

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau$$

where  $n - 1 < \alpha < n$ ;  $n = \text{integer}$ ;  $\Gamma(\cdot) = \text{Euler's gamma function}$ ; and  $t > a$ .

$${}_a D_t^\alpha f(t) = T^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jT)$$

where  $[\cdot]$  signifies the integer part, and the combinatorial function has been generalized in the following sense:

$$\binom{\alpha}{l} = \frac{\alpha(\alpha - 1) \cdots (\alpha - l + 1)}{l!}.$$



## 4. EJEMPLOS

### 4.2. Control de fuerza con rebotes

Medida de la fuerza en el extremo del robot dada por el dinamómetro

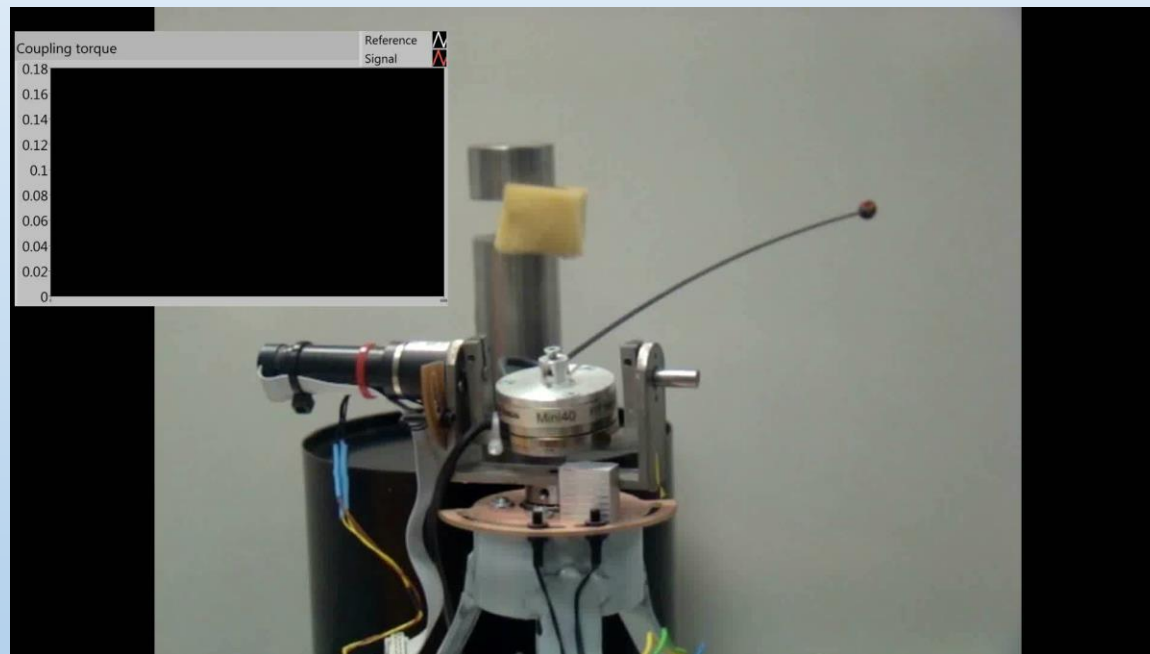


Table 3: Object impact characteristics.

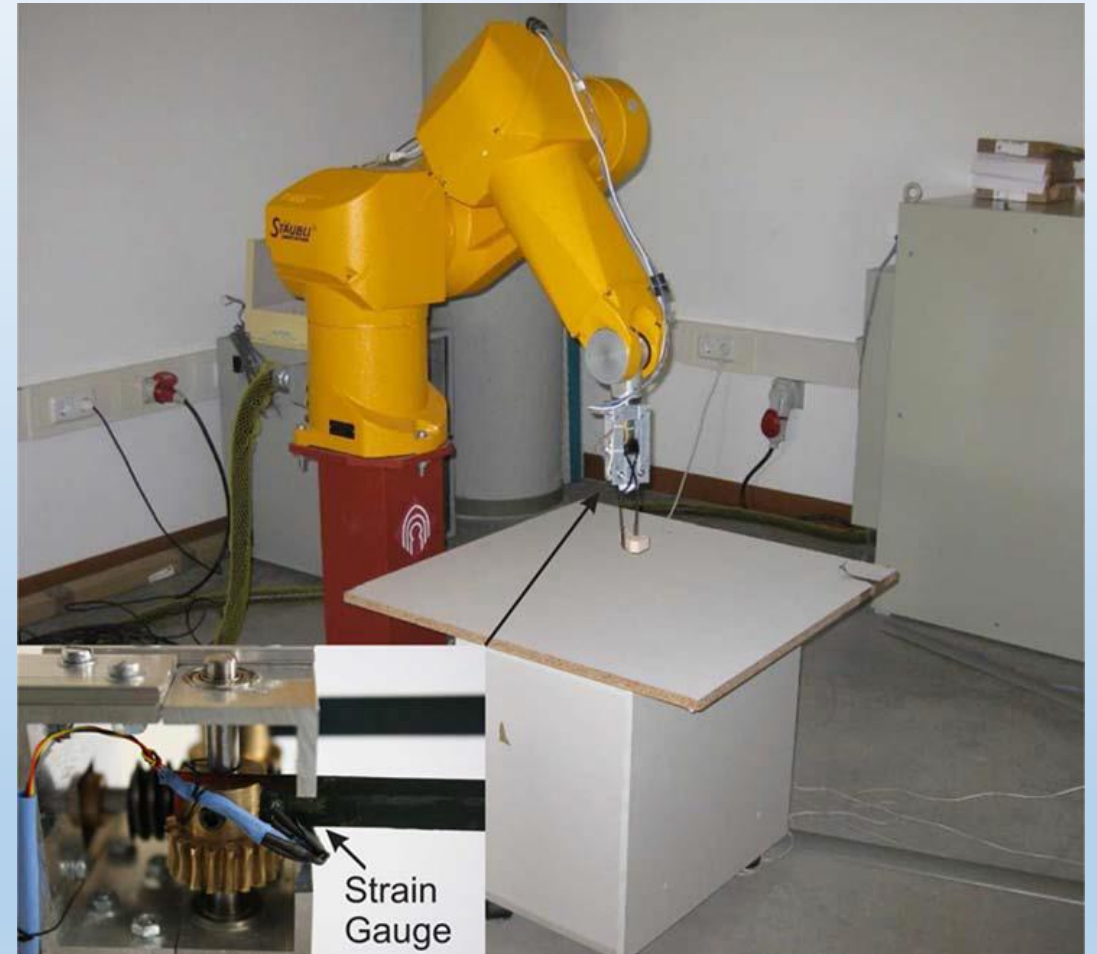
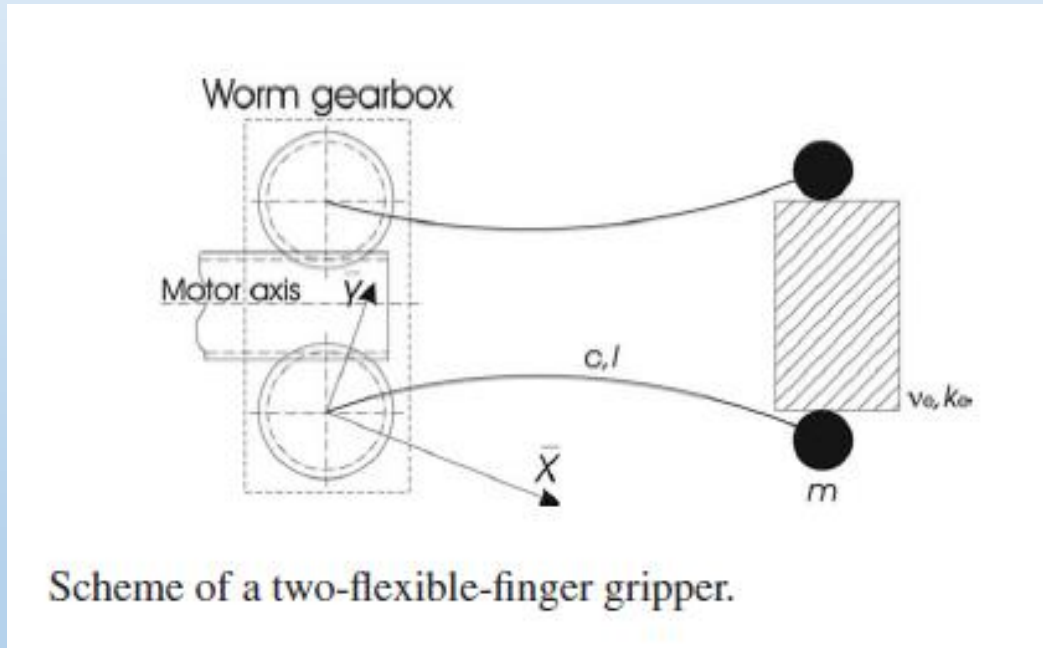
| $n_e$ | $\Gamma_c$ | $K(\frac{N}{m})$ | $v(\frac{N \cdot s}{m})$ |
|-------|------------|------------------|--------------------------|
| 1     | 0.067      | 6.60             | 0.16                     |
| 2     | 0.076      | 7.34             | 0.17                     |
| 3     | 0.101      | 8.48             | 0.18                     |
| 4     | 0.145      | 9.44             | 0.19                     |
| 5     | 0.161      | 9.67             | 0.19                     |
| 6     | 0.183      | 9.91             | 0.20                     |



# 4. EJEMPLOS

## 4.3. Manipulación de objetos frágiles

### Force control with a robotic gripper<sup>[14]</sup>





# 4. EJEMPLOS

## 4.3. Manipulación de objetos frágiles

TABLE I  
FLEXIBLE-FINGER PARAMETER VALUES

| EI<br>(Nm <sup>2</sup> ) | l<br>(cm) | b<br>(cm) | h<br>(mm) |
|--------------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0.078                    | 12        | 1.3       | 0.7       |

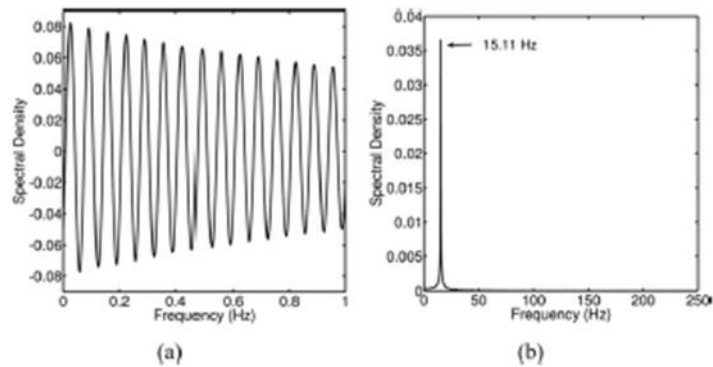
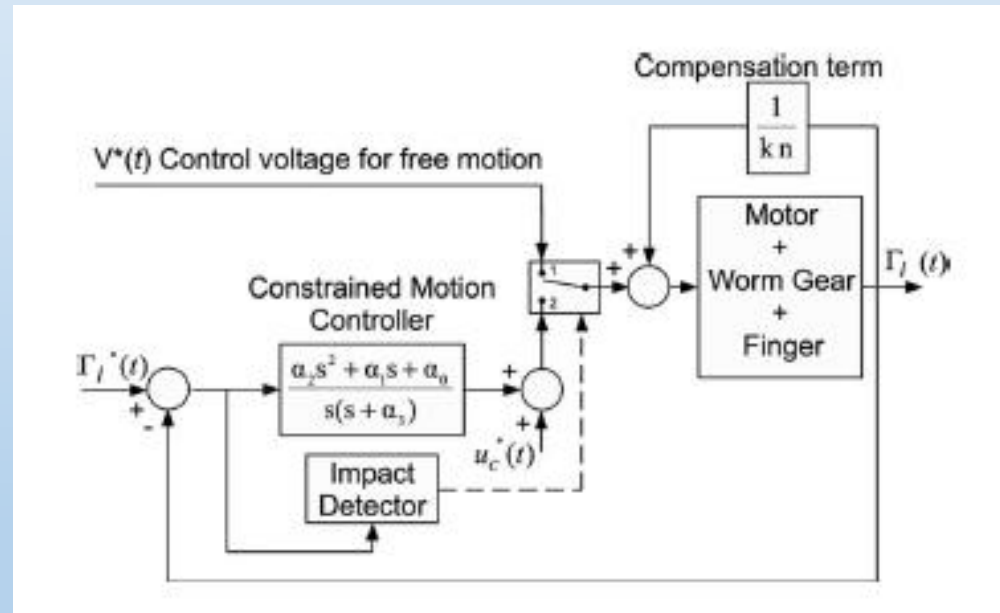


Fig. 4. FFT of the fingers' oscillation. (a) One second flexible-finger oscillation sample. (b) FFT oscillation.

TABLE II  
PARAMETER VALUES USED TO THE CONTROLLER DESIGN

| A · c<br>( $\frac{N^2}{V \cdot kg}$ ) | B<br>( $\frac{N \cdot s}{kg \cdot m}$ ) | $\xi$<br>( $\frac{N^2}{kg}$ ) | n   |
|---------------------------------------|---|-------------------------------|-----|
| 17                                    | 0.8                                     | 3.4                           | 760 |

### Control system based on a lumped mass model

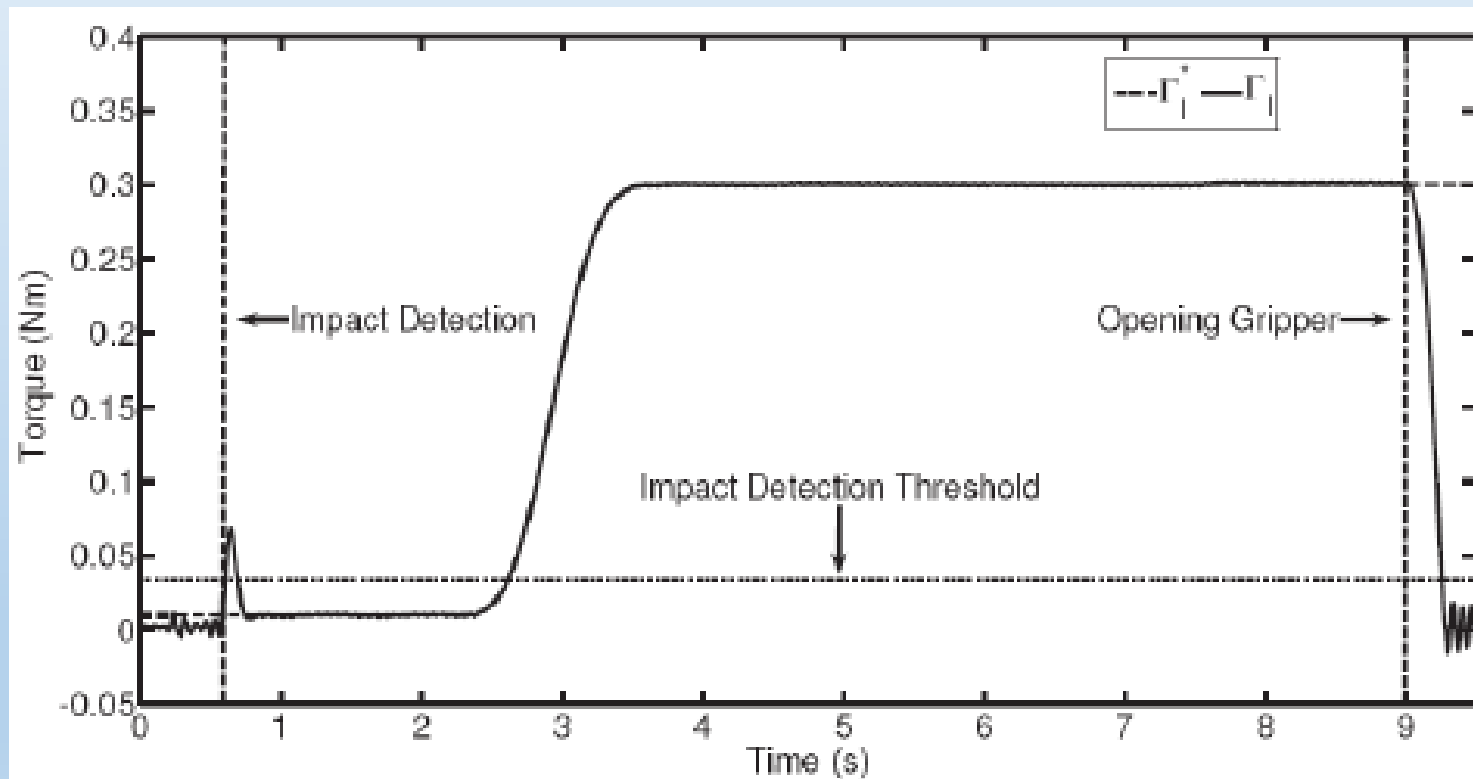




## 4. EJEMPLOS

### 4.3. Manipulación de objetos frágiles

#### Stages of the task and trajectory of the torque





## 4. EJEMPLOS

### 4.3. Manipulación de objetos frágiles

#### Fragile objects



Fig. 8. Objects used in the experiments. From first row to second row and from left to right: piece of pottery, plastic toy, sponge, light bulb, mobile phone, cake, clementine, balloon, hen egg, and quail egg

# Egg Grasping





## 5. CONCLUSIONES



- Estos sistemas pueden presentar dinámicas de gran complejidad: multivariables, no lineales, de dimensión infinita, dinámica cero inestable .....
- Atraen el interés de los investigadores en control ➡ se han probado en estos sistemas casi todas las técnicas de control.
- Los robots flexibles se han utilizado en diversas aplicaciones, pero también se han usado como plataformas para probar y demostrar sistemas de control.
- Estos sistemas todavía presentan retos desde el punto de vista del control.



*¡¡GRACIAS POR SU  
ATENCIÓN!!*

Prof. Vicente Feliu Batlle  
[Vicente.Feliu@uclm.es](mailto:Vicente.Feliu@uclm.es)





# REFERENCIAS

- [1] V. Feliu, K.S. Rattan and H.B. Brown, “Modelling and Control of Single-Link Flexible Arms with Lumped Masses”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* (1992) 114: 59-69.
- [2] A. García, V. Feliu, and J.A. Somolinos, “Experimental Testing of a Gauge Based Collision Detection Mechanism for a New Three- Degree-of-Freedom Flexible Robot”, *Journal of Robotic Systems* (2003) 20(6): 271-284.
- [3] H. Zhao and C.D. Rahn, “Repetitive Learning Control of a Flexible Whisker in Tip Contact with an Unknown Surface”, *Journal of Vibration and Control* (2011) 17(2): 197-204.
- [4] J. Becedas, I. Payo and V. Feliu, “Two-Flexible-Fingers Gripper Force Feedback Control System for its Application as End-Effector in a 6 DOF Manipulator”, *IEEE Transactions on Robotics* (2011) 27(3): 599-615.
- [5] G.R. Scholz and C.D. Rahn, “Profile Sensing with an Actuated Whisker”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* (2004) 20: 124–127.



# REFERENCIAS



- [6] N. Ueno, M.M. Svinin and M. Kaneko, "Dynamic Contact Sensing by Flexible Beam", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* (1998) 3(4): 254-264.
- [7] V. Feliu, D. Feliu-Talegón y C.F. Castillo-Berrio, "Improved Object Detection Using a Robotic Sensing Antenna with Vibration Damping Control", *Sensors* (2017) 17:852-879, doi: 10.3390/s17040852, 2017.
- [8] M. H. Raibert and J. J. Craig, "Hybrid Position/force Control of Manipulators", *Transactions of ASME: J. Dynam. Syst., Meas. and Control* (1981) 103(2): 126–133.
- [9] A. Garcia and V. Feliu, "Force Control of a Single-Link Flexible Robot Based on a Collision Detection Mechanism", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications* (2000) 147(6): 588–595.
- [10] M. Kunze, A. Karimi and R. Longchamp, "Frequency Domain Controller Design by Linear Programming Guaranteeing Quadratic Stability", *47th IEEE International Conference on Decision and Control (CDC)* (2008): 345–350.



# REFERENCIAS



- [11] S. H. HosseinNia, I. Tejado, B. M. Vinagre, “A Method for the Design of Robust Controllers Ensuring the Quadratic Stability for Switching Systems, *Journal of Vibration and Control* (2014) 20 (7): 1085–1098.
- [12] A. García, *Combined Force/Position Control of a 3 Degrees of Freedom and Two Flexible Links Robot*. PhD thesis, Polytechnical University of Madrid, 1999.
- [13] D. Feliu-Talegón, V. Feliu, I. Tejado, B.M. Vinagre and S. Hassan HosseinNia, “Stable Force Control and Contact Transition of a Single Link Flexible Robot Using a Fractional-order Controller”, *ISA Transactions* (in press).
- [14] J. Becedas, I. Payo, V. Feliu, Two-flexible-fingers gripper force feedback control system for its application as end effector on a 6-DOF manipulator, *IEEE Transactions on Robotics* 27 (3) (2011) 599–615.